PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

MESTRADO PROFISSIONAL

UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA SOBRE FUNÇÕES MATEMÁTICAS

BRUNA CAVAGNOLI BOFF

Orientadora: Profª. Drª. Valquíria Villas Boas Gomes Missell
Coorientadora: Profª. Drª. Laurete Zanol Sauer

APRESENTAÇÃO

Caro (a) Professor (a),

Esse material foi preparado para orientar o professor (a) na elaboração de material didático a ser utilizado em aulas e cursos. O texto que constitui este Guia foi escrito a partir de partes da dissertação de mestrado cujo título é "MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica".

Nossa intenção é compartilhar as etapas de elaboração e utilização do mesmo, destacando que, para sua elaboração, procuramos atender necessidades da Educação, principalmente no que diz respeito ao uso estratégias e métodos de ensino. Nesse sentido, optamos por uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), embasada na Teoria de Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel.

Assim sendo, o Guia está dividido em duas partes. Na primeira parte – Introdução – apresentamos brevemente a Teoria da Aprendizagem Significativa, o que é uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa e mapas conceituais como um instrumento avaliativo. Na segunda parte – Planejamento da UEPS – apresentamos a descrição das etapas que a constituem, bem como um cronograma para a realização das mesmas, seguido da descrição das atividades, experimentos e avaliações realizadas. Esperamos que essas atividades sirvam para nortear o trabalho do professor que quer implementar a UEPS como estratégia de ensino. Essa UEPS pode ser adaptada para qualquer grau de escolaridade ou mesmo para abordar outros temas. Cabe ao professor lapidá-la como julgar melhor.

Ainda, é importante destacar que os prazos estipulados para a realização das tarefas são aproximados, podendo ser maiores ou menores, de acordo com a complexidade ou com o tamanho do material original apresentado ou programado pelo professor. Da mesma forma, os materiais sugeridos podem ser substituídos por materiais alternativos que os laboratórios disponibilizem.

Esperamos que este Guia contribua com novas possibilidades para colegas que desejam encontrar caminhos que qualifiquem o processo de ensino e aprendizagem e, consequentemente melhorem o desempenho de nossos estudantes. Eis aqui nosso principal desafio!

INTRODUÇÃO

Em tempos atuais, é crescente a preocupação de educadores com o interesse, a motivação e a participação ativa do estudante no processo de ensino e aprendizagem sendo autor de sua história na construção do conhecimento.

Prestes e Silva (2009, p. 9) já apontavam que:

> Apesar das mudanças sócio-tecnológicas e comportamentais, a maioria dos professores continua ministrando suas disciplinas de forma tradicional. Os cursos são estruturados a partir de conteúdos programáticos organizados de forma sequencial, fixa, desconectados entre si e distantes da realidade. Uma parte significativa dos professores apresenta dificuldade em desenvolver estratégias didáticas que desenvolvam competências e habilidades, com atividades problematizadoras contextualizadas, utilizando a abordagem de projetos interdisciplinares.

Assim, para oferecer uma alternativa que supere o ensino que tradicionalmente promove uma aprendizagem mecânica, a unidade de ensino, neste trabalho, foi inspirada e baseada teoricamente na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel. Um dos princípios mais importantes da TAS, segundo Ausubel e colaboradores (1980 apud Moreira, 2006, p.7) pode ser resumido na seguinte proposição:

> Se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo.

Quando Ausubel se refere ao que o estudante já sabe, ele está se reportando à estrutura cognitiva já construída, à organização das ideias e ao conhecimento prévio que o indivíduo traz consigo. Também se refere a aspectos da estrutura cognitiva que apoiam a aprendizagem de um novo conhecimento. Fazer a averiguação do que o estudante já sabe não é algo simples, pois implica em desvendar quais conceitos, ideias e conhecimentos estão disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e suas inter-relações e organizações.

Esse conhecimento prévio do indivíduo é denominado por Ausubel (2003) de “subsunçor”. O subsunçor é o conteúdo cognitivo que o estudante constrói no decorrer de sua vida, capaz de exercer um papel de ancoradouro a um novo conhecimento de modo que este tenha significado para o indivíduo. Através da interação dos conceitos mais relevantes da estrutura cognitiva, que são os subsunçores, com a nova informação, é que ocorre a aprendizagem significativa.

Na medida em que um subsunçor não é utilizado frequentemente ocorre a obliteração, que é a perda de discriminação entre significados. Mas, tratando-se de aprendizagem significativa, a reaprendizagem é possível e relativamente rápida. Portanto, “aprendizagem significativa não é, como se possa pensar, aquela que o indivíduo nunca esquece” (MOREIRA, 2012, p. 8).

Mas, para ocorrer a aprendizagem significativa, são necessárias duas condições. A primeira delas é dispor de material instrucional potencialmente significativo, isto é, que o material instrucional seja relacionável com a estrutura cognitiva do estudante. Para que este material seja potencialmente significativo devem ser considerados dois fatores: a natureza do material e a natureza da estrutura cognitiva do estudante. Para Moreira (2009, p. 12):

> [...] quanto à natureza do material, ele deve ser “logicamente significativo” ou ter “significado lógico”, e no que se refere à estrutura cognitiva do aprendiz, nela devem estar disponíveis os conceitos subsunçores específicos, com os quais o novo material é relacionável.

A segunda condição, que talvez seja mais difícil de ser satisfeita do que a primeira, é que o estudante manifeste disposição para aprende e, assim, tenha interesse em relacionar o novo material à sua estrutura cognitiva. Segundo a visão de Novak e Gowin (1995), a importância da predisposição do estudante para a aprendizagem significativa, está interligada com a integração de pensamentos, sentimentos e ações. Não se trata exatamente de gostar da matéria ou de estar motivado; o estudante deve se predispor a relacionar interativamente os novos conhecimentos aos que já possui na sua estrutura cognitiva, modificando, enriquecendo e dando significado aos mesmos. Sendo assim, o estudante deve ter consciência de que sem compreensão não terá bons resultados na aprendizagem.

Com a intenção de contribuir nesse novo cenário educacional, surge a proposta de construção de UEPS (MOREIRA, 2011). AS UEPS são sequências didáticas teoricamente fundamentadas e direcionadas para a aprendizagem não mecânica e, assim, por ambos os motivos e têm um maior potencial de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Essas possuem princípios norteadoras tais como: identificação de conhecimentos prévios ou subsunçores, organizadores prévios, situações-problema, diferenciação progressiva, reconciliação integradora e consolidação.

Sendo uma sequência didática, alguns passos devem ser observados na construção de uma UEPS, que Moreira apresenta como:

1. Definição do tópico específico;

2. Criação e proposta de situações em que o estudante possa expressar seu conhecimento prévio;

3. Proposição de situações-problema em nível introdutório, preparando a introdução do conhecimento que pretendemos ensinar;

4. Apresentação de aspectos gerais do conhecimento a ser ensinado, levando em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, com uma visão geral do todo e do que é mais importante na unidade de ensino, por exemplo: uma exposição oral, seguida de atividade colaborativa em pequenos grupos e complementada com uma atividade de apresentação;

5. Retomada dos aspectos mais gerais e estruturantes em uma nova apresentação em nível mais alto de complexidade;

6. Para conclusão da unidade, retomada das características mais relevantes do conteúdo em questão, sob uma perspectiva integradora, em níveis mais altos de complexidade em relação às situações anteriores, buscando a reconciliação integrativa. Isso consiste em relacionar conceitos e apontar similaridades e diferenças relevantes, possibilitando a descrição de uma nova realidade perceptível;

7. Avaliação da aprendizagem dos estudantes;

8. Avaliação da UEPS.

Também é importante mencionar que Moreira (2011) estabelece aspectos transversais na elaboração de uma UEPS, destacando que:

i. Em todos os passos da construção devem ser utilizados materiais e estratégias de ensino diversificados. O questionamento, por sua vez, deve ser estimulado e privilegiado, em relação às respostas prontas e deve haver estímulo ao diálogo e à crítica situações-problema, ao longo do trabalho além de valorização das atividades coletivas e individuais.

ii. Em determinadas atividades desenvolvidas ao longo da unidade, podemos solicitar aos estudantes que proponham situações-problema relativas ao conteúdo em estudo, como tarefa de aprendizagem.

iii. Mesmo que a unidade privilegie as atividades colaborativas, as individuais também podem ser consideradas.

Na avaliação de uma UPES devemos buscar evidências da aprendizagem significativa, considerando que este é um processo progressivo e não ocorre apenas no final dessa trajetória (MOREIRA, 2011).

No âmbito de uma UEPS, a avaliação é entendida como busca de evidências da ocorrência da aprendizagem e, para isso, o papel do professor é o de mediador dessa avaliação, focado na captação de significados, visando à aprendizagem não mecânica e, consequentemente, com possibilidade de êxito na ocorrência da aprendizagem significativa (MOREIRA, 2011).

Segundo Moreira (2013), é evidente a potencialidade dos mapas conceituais como estratégia que favorece a aprendizagem significativa, em situação formal de ensino, como instrumento de avaliação da aprendizagem e de análise do conteúdo curricular.

De acordo com Novak e Cañas (2008) os mapas conceituais apresentam os conceitos de forma hierárquica, ligando-se secundariamente a outros conceitos e estabelecendo significado entre eles. Nessa concepção, os mapas conceituais estão restritos ao uso de conceitos.

Este trabalho utiliza como um dos principais métodos de avaliação, mapas conceituais. Segundo Moreira (2012):

> Como instrumento de avaliação da aprendizagem, mapas conceituais podem ser usados para se obter uma visualização da organização conceitual que o aprendiz atribui a um dado conhecimento. Trata-se basicamente de uma técnica não tradicional de avaliação que busca informações sobre os significados e relações significativas entre conceitos-chave da matéria de ensino segundo o ponto de vista do aluno. É mais apropriada para uma avaliação qualitativa, formativa, da aprendizagem.

A seguir é apresentado o planejamento da UEPS, com a relação e a descrição das etapas, experimentos, exercícios e avaliações.

PLANEJAMENTO DA UEPS

Descrevemos as atividades realizadas em cada uma das etapas de aplicação da UEPS. Inicialmente, são detalhadas as atividades de planejamento, realizadas nas etapas 1, 2 e 3. Na sequência são descritas as atividades realizadas junto aos estudantes, nas etapas seguintes, já no contexto de cada uma das funções matemáticas abordadas neste estudo, ou seja, das funções de primeiro grau, exponencial e logarítmica.

Etapa 1: Definição do tópico/conteúdo a ser desenvolvido e proposição dos objetivos conceituais e procedimentais a serem alcançados, conforme os objetivos educacionais de aprendizagem. Neste caso, foram selecionadas as funções de primeiro grau (linear e afim), funções exponenciais e funções logarítmicas.

Como já mencionado na Introdução deste material, a primeira etapa é de seleção e organização dos tópicos escolhidos. Para este planejamento, foi dada ênfase à aplicação dos estudos sobre as funções matemáticas selecionadas, em fenômenos químicos como densidades e cálculo do potencial hidrogeniônico (pH), fenômenos físicos como lei de Ohm, movimento retilíneo uniformemente variado, fenômenos da astronomia e outras áreas afins das Engenharias.

Os conteúdos conceituais programados para serem desenvolvidos a partir das definições das funções, foram: domínio e imagem, crescimento e decrescimento e as formas de representar uma função (verbalmente, algebricamente, numericamente e graficamente), operações básicas entre números reais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, radiciação), zeros de funções, taxas de variação, resolução de equações e de inequações. Conteúdos procedimentais, tais como: construção de gráficos, organização de tabelas, leitura de instrumentos de medida, entre outros, foram explorados nas aplicações das funções, em experimentos em que foi incentivado o trabalho em equipe, nas áreas da Física, Química e outras áreas afins das Engenharias.

As questões mencionadas encontram-se listadas, junto às descrições das etapas em que foram estudadas as função de primeiro grau a função exponencial e a função logarítmica.

Etapa 2: Aplicação de questionário diagnóstico a fim de conhecer o perfil dos estudantes e os subsunçores presentes nas respectivas estruturas cognitivas.

Para essa etapa foi preparado um questionário diagnóstico visando levantar o perfil dos estudantes, com questões de cunho pessoal, que abordavam assuntos sobre a trajetória escolar e perfil atual. Além destas, foram apresentado questões que abordam o conteúdo matemático sobre as funções a serem estudadas, a fim de propiciar que os estudantes exteriorizassem seus subsunçores. Estas foram divididas em dois tipos: resolução de exercícios conceituais, sobre domínio, imagem, crescimento e decrescimento de funções, cálculo de zeros de funções, com base nas respectivas equações; além de exercícios envolvendo tais funções em situações-problema relacionadas a diferentes áreas da Engenharia.

Segue abaixo um modelo de Questionário Diagnóstico:

QUESTIONÁRIO

Nome:____
E-mail:____
Curso de graduação em que está matriculado na UCS:____________________________________
Onde você cursou o ensino fundamental? ____
Onde você cursou o ensino médio? ____
Em que turno você estudou no ensino médio? Diurno ou Noturno?____________________________
Você foi reprovado em algum ano no ensino médio? Se sim, em qual ano?______________________
Em que ano concluiu o ensino médio?____
Em que ano você ingressou na UCS?____
Esta é a primeira vez que você cursa Pré Cálculo? Se não é a primeira vez, quantas vezes você já cursou Pré Cálculo, anteriormente?____
Você trabalha? Onde? Quantas horas por semana?______________________________________

QUESTÕES DE MATEMÁTICA

IMPORTANTE - Para cada uma das questões a seguir apresente a resolução *detalhada* no verso das páginas. Caso você não consiga responder alguma das questões a seguir justifique o motivo (por exemplo, não me lembro deste conteúdo, nunca aprendi este conteúdo no ensino médio, lembro de ter visto este conteúdo no ensino médio, porém não tão aprofundado, ou outro).

Questão 01. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor e classifique-o em ôhmico ou não ôhmico.

Questão 02. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

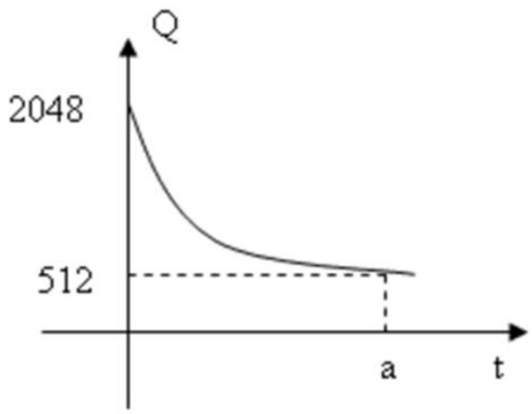
<u>Questão 03.</u> Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

<u>Questão 04.</u> Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = 4^x$
b) $f(x) = e^x$
c) $f(x) = (0{,}01)^x$
d) $f(x) = e^{-3x}$
e) $f(x) = 2^{-x}$
f) $f(x) = \log_3 x$
g) $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
h) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$
i) $f(x) = \log_5(x-1)$

<u>Questão 05.</u> O número de bactérias em uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 06.</u> Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



<u>Questão 07</u>. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde *M* é a magnitude do terremoto, *A* é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $M_1 = 8$ e $M_2 = 6$. As magnitudes M_1 e M_2 podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que M_1 e M_2 medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

O questionário deve ser entregue no primeiro dia de aula sobre o tema escolhido. Os estudantes podem respondê-lo em casa, e entregá-lo na segunda aula, bem como respondê-lo durante a primeira aula.

Importante destacar que essa avaliação também visa auxiliar a pesquisadora na organização das atividades que serão oferecidas aos estudantes, situando-a quanto à forma de iniciar a abordagem dos conceitos a serem trabalhados.

Etapa 3: Planejamento das situações-problema/ experimentos e atividades, com base na análise do questionário diagnóstico, levando em consideração o perfil dos estudantes e os respectivos subsunçores.

Nesta etapa o/a professor/a coleta os dados obtidos, para conhecer o perfil dos estudantes e analisar as resoluções das questões sobre as funções escolhidas.

Com esta análise, é possível conhecer alguns subsunçores apresentados pelos estudantes. Os que foram identificados na pesquisa realizada são discutidos no capítulo destinado à análise da aplicação da UEPS.

Com base nesses resultados, é feita uma pesquisa de situações-problemas/experimentos em nível crescente de complexidade e que abordem assuntos de interesse, neste caso, assuntos ligados à Engenharia. Na sequência, é feito o planejamento das situações-problema/experimentos e atividades a serem realizadas e é organizado o material didático.

Etapa 4: Seleção e estudo da primeira situação-problema/experimento. Planejamento de questionamentos sobre os conteúdos conceituais, a serem feitos ao longo da resolução da situação-problema/experimento, seleção de textos e slides sobre o assunto estudado para retomada de aspectos estruturadores. Seleção de exercícios a serem propostos.

Etapa 5: Seleção e estudo da segunda situação-problema/experimento, em nível crescente de dificuldade em relação à primeira, a ser proposta aos estudantes com o mesmo assunto e formato da etapa quatro.

Etapa 6: Seleção e estudo da terceira situação-problema/experimento mais complexa a ser proposta aos estudantes para finalizar o assunto trabalhado nas etapas quatro e cinco, tendo em vista que essa situação requer comparações e novas relações com o conhecimento a ser construído visando promover a reconciliação integradora.

Etapa 7: Retomada de aspectos estruturantes dos conteúdos da UEPS em nova apresentação por meio de exposição dialogada.

Etapa 8: Planejamento da avaliação da aprendizagem, a ser realizada em vários momentos e de diferentes formas. Planejamento de produção de mapas conceituais antes e depois da aplicação da UEPS, a fim de analisar se os estudantes conseguiram organizar seus conhecimentos na estrutura cognitiva. Programação da realização de registros das manifestações dos estudantes em relação à compreensão ou dificuldades encontradas durante a realização das situações-problema vivenciadas na UEPS. Avaliação final individual a ser realizada com questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados.

Com base nesse planejamento, a partir da etapa 4, essa UEPS pode ser realizada em um cronograma de seis encontros, de duas horas e quarenta e cinco minutos cada um, de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1: Cronograma sugestivo dos encontros promovidos para o desenvolvimento da UEPS

Encontro	**Momentos das etapas da UEPS**
1	Função Linear: primeira situação-problema **- Etapa 4**
2	Função Afim: segunda situação-problema **- Etapa 5**
3	Função Afim: terceira situação-problema e avaliação **- Etapas 6, 7 e 8**
4	Função Exponencial e Logarítmica: primeira situação-problema **- Etapa 4**
5	Função Exponencial e Logarítmica: segunda situação-problema **- Etapa 5**
6	Função Exponencial e Logarítmica: terceira situação-problema e avaliação - **Etapas 6, 7 e 8**

A seguir, são apresentadas e detalhadas todas as atividades promovidas em cada um dos encontros nos quais foram cumpridas as etapas 4, 5, 6, 7 e 8, que são as de execução.

Encontro 1 – Função Linear: primeira situação-problema - Etapa 4

No primeiro encontro com os estudantes, o conteúdo abordado foi Função de Primeiro Grau, mais especificamente função linear. Inicialmente foi solicitada a construção de um mapa conceitual da Função de Primeiro Grau, com o intuito de contemplar os subsunçores presentes na estrutura cognitiva de cada estudante.

Assim, neste encontro, foi trabalhada a função linear, expressa por: $y = ax$, onde y é a variável dependente, x é a variável independente e a é um número real diferente de zero denominado coeficiente angular da função. Inicialmente, no laboratório de Física, foi entregue aos estudantes o seguinte roteiro para realizarem um experimento sobre a lei de Ohm:

<u>Experimento sobre a Lei de Ohm</u>

I. <u>Objetivo</u>:

Determinar, através de curvas I em função de V, características físicas dos resistores de carbono.

II. <u>Material</u>

3 resistores de carbono

1 fonte de tensão variável

2 multímetros (a serem usados como voltímetro e amperímetro)

III. <u>Procedimento Experimental</u>

1. Varie a tensão da fonte, anotando os valores da diferença de potencial V e respectivos valores da corrente elétrica I para o resistor vermelho. Registre 10 pares de (V, I).
2. Após registrar 10 pares de (V, I), substitua o resistor vermelho pelo resistor azul e obtenha 10 pares de (V, I) para este resistor.
3. Finalmente, substitua o resistor azul pelo resistor verde e obtenha 10 pares de (V, I).

IV. <u>Questões</u>

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de I em função de V com os dados obtidos para os três resistores, usando a mesma escala para os três.
2. Comente sobre os gráficos obtidos: (a) há algo comum entre eles? (b) em caso afirmativo, você saberia justificar o "modelo" dos gráficos obtidos?
3. A partir dos gráficos obtidos, por meio dos pares ordenados (V,I), em cada caso, tente enunciar uma "fórmula" que descreva os resultados desses experimentos.

A lei de Ohm é uma lei empírica da Física, na forma de uma função linear que relaciona a tensão elétrica (*V*), a resistência elétrica (*R*) e a corrente elétrica (*i*) na forma $V = Ri$, onde *V* é a variável dependente e *i* a variável independente. Para a realização deste roteiro, os estudantes utilizaram uma fonte de tensão, resistores de carbono, fios elétricos para fazer as conexões, um voltímetro e um amperímetro.

Com os dados obtidos para a tensão e para a corrente elétrica, os estudantes constroem gráficos e podem confirmar a dependência entre essas grandezas físicas.

Após o experimento, é sugerida uma discussão, na forma de aula expositiva dialogada sobre funções lineares, para formalizar o conceito e suas várias representações, levando em consideração os subsunçores identificados nas respostas apresentadas ao questionário diagnóstico, bem como nas atividades realizadas e no aproveitamento demonstrado pelos estudantes.

Visando à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final do encontro, uma lista com exercícios sobre a função linear pode ser proposta e resolvida pelos participantes.

Nosso objetivo, ao abordar tais questões, logo após a realização do experimento e discussões relacionadas, foi o de apresentar situações-problema contextualizadas, junto às questões conceituais, conforme o referencial teórico que subsidia esta pesquisa.

Questões propostas:

Questão 01. Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $g(x) = -2x$
c) $h(x) = \frac{x}{2}$
d) $q(x) = 6x$

Questão 02. Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

Questão 03. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0
i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e identifique a resistência.

Questão 04. Um automóvel passa por um ponto A, dirigindo-se a um ponto B, distante 330 km de A. A função que mede a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto A é s(t) = 120 t.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto A, a que distância o automóvel estará desse ponto?

b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de A até B?

Questão 05. Considere a seguinte tabela de preções de uma empresa de fotocópia:

Até 40 cópias	R$ 0,08 por cópia
Acima de 40 cópias	R$ 0,04 por cópia

a) Determine o valor a ser pago pela reprodução de 20, 40, 41 e 80 cópias do mesmo original.

b) Escreva uma expressão para a função P que defina o preço pago pela reprodução de x cópias do mesmo original.

c) Desenhe o gráfico da função P(x).

Encontro 2 – Função Afim: segunda situação-problema - Etapa 5

Neste segundo encontro, foi estudada a função afim, representada por: $y = ax + b$, em que y é a variável dependente, x é a variável independente e a e b são números reais diferentes de zero denominados, respectivamente, coeficiente angular e coeficiente linear da função. Seguiu-se, desta forma, de acordo com a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Este encontro teve início no laboratório de Química, onde foi realizado um experimento sobre a solubilidade da ureia na água, cujo roteiro apresentamos a seguir.

Experimento sobre a Densidade da Solução

I. Objetivo:

Determinar, através dos dados de densidade, massa e volume extraídos da mistura da água com a ureia, a curva d em função de m, características químicas da densidade dessa solução.

II. Material

- 1 Balança
- 4 Provetas – 50 mL
- 4 Becker
- 4 Bastões de Vidro
- 200 mL de Água Destilada
- 50 g de Ureia

III. Procedimento Experimental

1. Inicialmente pese as massas de ureia (5g, 10g, 15g e 20g) para realizar as medidas, reserve as quantidades para a experimentação em diferentes recipientes (Becker) identificados de acordo com a massa contida.

2. Identificar as provetas para cada experimento. Pesar as provetas vazias e anotar os valores.

3. Em seguida, adicione a porção reservada de 5g de ureia no Becker e acrescente um pouco de água (até 30mL) para dissolver toda a ureia, utilize o bastão de vidro para misturar a solução. Após colocar a mistura em uma proveta, complete com a água destilada até atingir um volume equivalente a 50mL.

4. Pesar a massa da solução desta proveta. E fazer as anotações.

5. Repetir os procedimentos 3 e 4 para 10g, 15g e 20g de ureia.

6. A partir dos dados obtidos experimentalmente e dos conhecimentos de Química os estudantes deverão preencher a tabela que segue:

Massa de Ureia (*g*)	Massa da Proveta vazia (*g*)	Massa da Proveta com a Solução (*g*)	Massa da Solução (*g*)	Volume da Solução (*mL*)	D Sol
5					
10					
15					
20					

IV. Questões

1. Em um mesmo sistema de coordenadas cartesianas, faça um gráfico de d em função de m com os dados obtidos para as quatros soluções, usando a mesma escala para os três.

2. Comente sobre os gráficos obtidos:

(a) passa na origem?
(b) existem interceptos com os eixos?
(c) se sim, qual o ponto que expressa esse intercepto?
(d) você saberia identificar qual função representa o "modelo" do gráfico obtido?

3. A partir do gráfico obtido, por meio dos pares ordenados (m,d), em cada caso, tente enunciar uma "fórmula" que descreva o resultado desse experimento.

Esta lei empírica da Química é uma função afim que relaciona a densidade da mistura (*D*), a quantidade de massa em gramas da ureia (*g*) e densidade da água destilada (*d*), sendo expressa por $D(g) = (g/50) + d$, onde *D* é a variável dependente e *g* a variável independente.

Com os dados obtidos, os estudantes constroem uma tabela com as informações coletadas e, após, os respectivos gráficos da densidade em função da quantidade de ureia. Com isso, obtemos uma ilustração da função afim, bem como de seus termos e respectivos significados matemáticos no contexto do experimento.

Como no caso da função linear, após o experimento, sugerimos promover uma discussão para formalizar o conceito, suas várias representações, com base nas atividades realizadas e verificar o aproveitamento dos estudantes no experimento realizado. Também ao final do encontro, uma lista de oito exercícios sobre a função afim é proposta para ser resolvida pelos participantes.

Exercícios sugeridos:

Exercícios

Questão 01. Em um mesmo sistema cartesiano, construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$

b) $g(x) = -2x + 3$

c) $h(x) = \frac{x}{4} - 1$

d) $q(x) = -3x + \frac{4}{5}$

e) $t(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando as funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

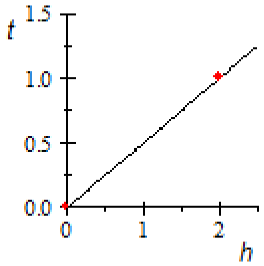
Questão 03. Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

Questão 04. Um experimento da área de Agronomia mostra que a temperatura mínima da superfície do solo *t(x)*, em °C, é determinada em função do resíduo *x* de planta e biomassa na superfície, em g/m^2, conforme registrado na tabela seguinte:

x (g/m²)	10	20	30	40	50	60	70
$t(x)$ (°C)	7,24	7,30	7,36	7,42	7,48	7,54	7,60

Analisando os dados acima, qual a lei da função que melhor representa este experimento?

Questão 05. Um botânico mede o crescimento de uma planta, em centímetro, todos os dias. Ligando os pontos colocados por ele num gráfico, resulta a figura abaixo. Se for mantida sempre essa relação entre tempo (*t*) e altura (*h*), qual será a altura da planta no trigésimo dia?



Encontro 3 – Função Afim: terceira situação-problema e avaliação – Etapas 6, 7 e 8

O terceiro encontro é dividido em duas partes. Primeiramente, damos continuidade ao estudo da função afim, mais uma vez seguindo a recomendação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando à medida que a UEPS vai sendo desenvolvida. Para tanto, foi realizado um experimento sobre Movimento Retilíneo Uniformemente Variado, regido pela equação $v = v_o + at$, que relaciona a velocidade final (v), a velocidade inicial (v_o), a aceleração (a) e o tempo (t), onde v é a variável dependente, t a variável independente, e v_o e a são, respectivamente, o coeficiente linear e o coeficiente angular da função. Foram sugeridos recursos da Web 2.0[1], mais especificamente, os seguintes aplicativos: Cálculo da função horária da velocidade da Microsoft Corporation, um aplicativo para ser usado no computador conforme ilustra a Figura 1; e Fiza MRUV - App para Física, aplicativo gratuito disponível no sistema Android Play Store.

Figura 1: Aplicativo disponível na Microsoft Corporation.

Fonte: Elaborado pela autora, 2016.

O conceito de velocidade foi explorado como função do tempo, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permitiu aos estudantes, comprovar experimentalmente que a velocidade em um movimento retilíneo uniformemente variado é uma função afim.

Na segunda parte desse encontro, de acordo com o cronograma apresentado, foram trabalhadas as etapas 7 e 8, com a realização das atividades conforme segue.

---

[1] Web 2.0 é um termo usado para designar uma segunda geração de comunidades e serviços oferecidos na internet, tendo como conceito a Web e por meio de aplicativos baseados em redes sociais e tecnologia da informação**.** Com o aparecimento da Web 2.0, muitos websites deixaram de ser estruturas rígidas e estáticas e passaram a ser plataformas onde pessoas podem contribuir com o seu conhecimento para o benefício de outros utilizadores e visitantes. Assim, a Web 2.0 potencia e facilita a construção de conhecimento, tendo um impacto na educação.

Etapa 7: Dando continuidade ás atividades realizadas no terceiro encontro, devem ser retomadas questões relevantes e aspectos dessas funções, por meio de exposição dialogada, levando em consideração dúvidas e questionamentos apresentados. Todas as situações-problema foram propostas em níveis crescentes de complexidade, destacando semelhanças e diferenças, propiciando a ocorrência de conflitos cognitivos, por meio das situações e exemplos trabalhados, os quais visaram promover a reconciliação integradora, bem como a consolidação do conhecimento sobre a função linear e a função afim.

Etapa 8: Uma avaliação final individual, contendo questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados, foi realizada, e novos mapas conceituais foram solicitados sobre função de primeiro grau.

Questões propostas na avaliação:

AVALIAÇÃO

Questão 01. Construa o gráfico de cada uma das seguintes funções e determine o domínio e o conjunto imagem.

a) $f(x) = x$
b) $h(x) = \frac{x}{2}$
c) $i(x) = 6x$
d) $g(x) = \frac{x}{4} - 1$
e) $t(x) = -3x + \frac{4}{5}$
f) $q(x) = 6x - 5$

Questão 02. Considerando cada uma das funções da questão anterior faça o estudo de sinal, classifique-as em crescente ou decrescente e determine os pontos de intersecção de cada uma, com os eixos coordenados.

Questão 03. Há materiais que mantêm sempre o mesmo valor de resistência elétrica, qualquer que seja a diferença de potencial (representada pela letra V) aplicada aos seus terminais e à corrente elétrica (representada pela letra i) que os atravessa. A estes materiais chamamos de condutores ôhmicos ou lineares. Em suma, para um condutor ser ôhmico deve apresentar uma relação de proporcionalidade direta entre a diferença de potencial aplicada aos seus terminais e a corrente elétrica que o atravessa. Essa relação de proporcionalidade direta indica que a resistência elétrica é sempre constante. A representação gráfica da diferença de potencial em função da corrente elétrica será uma reta que passa pela origem do gráfico. A tabela a seguir mostra como variou a corrente elétrica através de um condutor em função da respectiva diferença de potencial a que o mesmo foi sujeito.

i (ampères)	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8
V (volts)	0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0

Construa a curva característica (V x i) deste condutor, determine a lei da função que a representa e determine a resistência.

<u>Questão 04.</u> Qual é o zero da função cujo gráfico é uma reta que passa pelos pontos (2, 5) e (-1, 6)?

<u>Questão 05.</u> Um automóvel passa por um ponto *A*, dirigindo-se a um ponto *B*, distante 330 *km* de *A*. A função que representa a distância (em quilômetros) em função do tempo (em horas) do automóvel ao ponto *A* é $s(t) = 120\,t$.

a) Após 30 min de ter passado pelo ponto *A*, a que distância o automóvel estará desse ponto?
b) Quanto tempo levará o automóvel para ir de *A* até *B*?

<u>Questão 06.</u> Se um objeto estica uma mola, o comprimento **c** da mola está relacionado linearmente com a massa **m** do objeto (para pequenas massas). Suponha que uma mola em repouso tem 50 mm de comprimento, e um objeto de massa 400 g causa um estiramento **c** de 30 mm na mola. Qual é a relação entre **m** e **c**? Construa o gráfico da função **m(c)**.

<u>Questão 07.</u> Um biólogo cultiva duas folhagens *A* e *B* de mesma espécie usando um vaso para cada uma, contendo adubos distintos. O crescimento das plantas é dado respectivamente pelas funções $h_A = t + 1$ e $h_B = 2t + 1$, onde *t* repeseta o tempo em dias e *h* representa a altura em centímetros.

a) Desenhe o gráfico de ambas as funções no mesmo plano cartesiano.
b) Qual é a altura atingida pelas plantas em dois dias?
c) Em algum momento as plantas possuem a mesma altura? Quando?
d) Em qual momento a diferença entre as alturas é de 4 centímetros?

<u>Questão 08.</u> Um fio de alumínio tem 90,0855 m de comprimento à temperatura de 60°C e 90,1197 m à temperatura de 80°C.

a) Encontre uma expressão linear para a função *L(T)*.
b) Determine *m*, o coeficiente de dilatação linear do alumínio.

<u>Questão 09</u>. A razão entre a tensão de saída e a tensão de entrada de um amplificador transistorizado é denominada *ganho G* e depende da temperatura de funcionamento *T*. um estudante do curso de Engenharia de Automação verifica que o ganho para certo amplificador é 30,2 à temperatura de 15°C e 37,7 à temperatura de 65°C. Supondo que, nessa faixa de temperatura, o comportamento do ganho *G* em função da temperatura *T* é modelado por uma função linear, determine:

a) Uma expressão para *G* em função de *T*;
b) O ganho do amplificador quando sua temperatura é de 30°C;

Tabela 01

x	f(x)
-1	10
0	11
1	14
2	12
3	16

Tabela 02

x	f(x)
-1	-1,2
0	-2,2
1	-3,2
2	-4,2
3	-5,2

Tabela 03

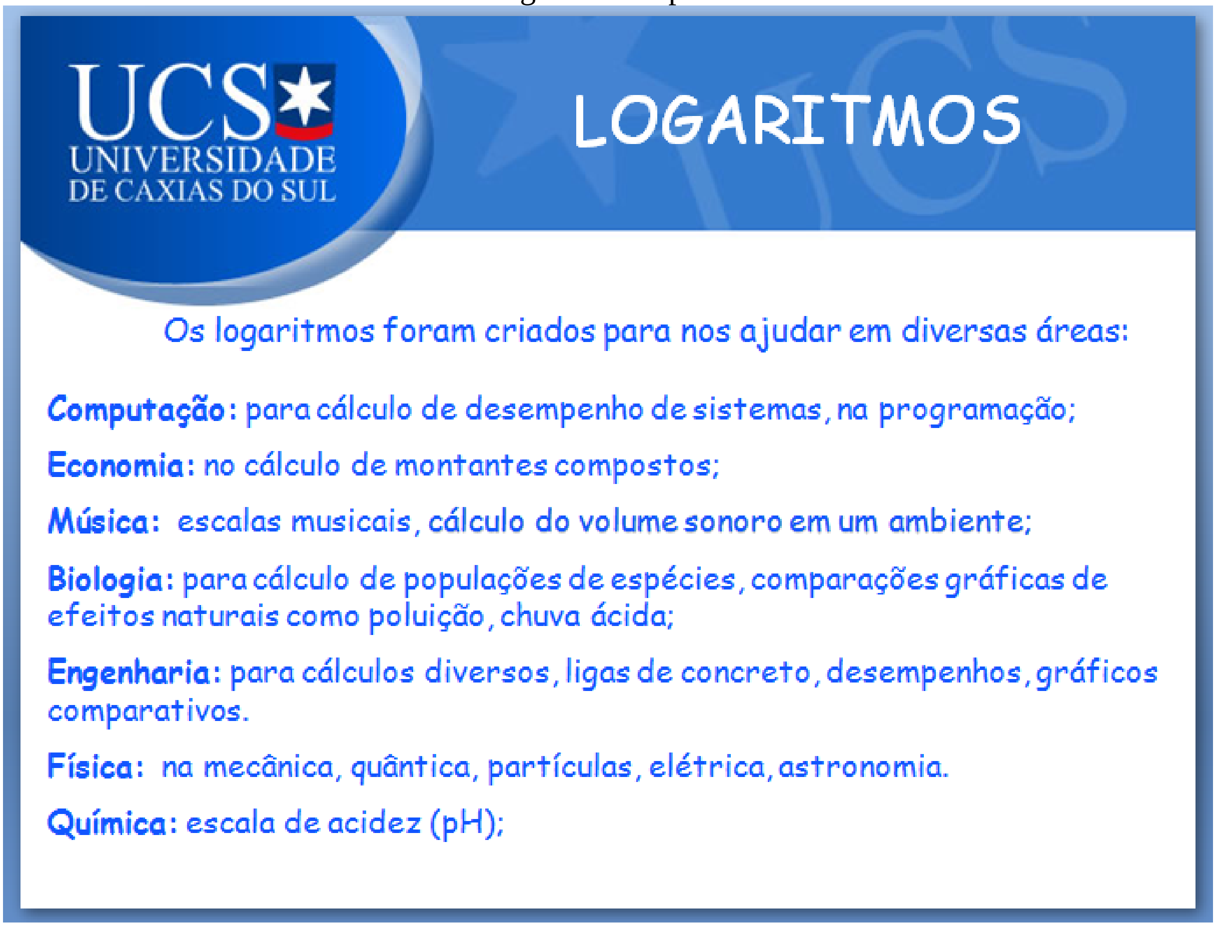
x	f(x)
-1	-2
0	0
1	2
2	6
3	8

Encontro 4 – Função Exponencial e Logarítmica: primeira situação-problema - Etapa 4

No quarto encontro da UEPS, foram trabalhadas as funções exponencial e logarítmica. Inicialmente foi solicitada a construção de dois mapas conceituais, um sobre função exponencial e outro sobre função logarítmica, com o intuito de confirmar, ou mesmo identificar novos subsunçores, alguns dos quais, já levantados por meio do questionário diagnóstico.

Na sequência, por meio de uma breve aula expositiva-dialogada foi feita uma apresentação de slides sobre as funções exponenciais e logarítmicas, abordando aplicações dessas funções nas diferentes áreas do conhecimento, tais como: Computação, Economia, Música, Biologia, Engenharia, Física, Química, entre outras. Na Figura, mostramos um dos slides apresentados.

Figura: Exemplo de slides.



Fonte: Elaborado pela Autora, 2016

Nesse encontro, foram explorados fenômenos e conceitos descritos pela função logarítmica, envolvendo as áreas de Geofísica e Astronomia. Houve breve explanação sobre a relação do fenômeno terremoto com a função logarítmica, com o intuito de motivar os estudantes para as atividades que viriam a seguir. Terremoto é um fenômeno natural, caracterizado por um forte tremor de terra, resultante de fatores como o encontro de diferentes placas tectônicas (blocos que formam a crosta terrestre), falhas geológicas, ou ainda, atividade vulcânica. A magnitude de um terremoto é medida em graus, utilizando a escala Richter. Esta magnitude é uma medida quantitativa do "tamanho" de um terremoto. Ela está relacionada com a amplitude das ondas registradas por um equipamento adequado e também com a energia liberada. A energia liberada em um abalo sísmico é um fiel indicador do poder destrutivo de um terremoto. A relação entre a magnitude M (graus) de Richter e a energia liberada (E) é dada por $M = 2/3log(E/E_o)$, sendo $E_o = 7.10^{-3}kWh$.

Em seguida, breve exposição sobre Astronomia relacionada com a função logarítmica. Na relação feita, o conceito abordado foi de magnitude[2] dos corpos celestes. Estes, por exemplo, as estrelas, emitem uma grande quantidade de energia. A energia emitida pelo corpo celeste e que chega ao observador na Terra é denominada "intensidade". Ao observarmos a intensidade de uma "estrela", o nosso olho percebe a energia em uma escala logarítmica. Para que os estudantes conhecessem um pouco mais destes conceitos foi solicitado que procurassem na internet alguns corpos celestes e sua intensidade e calculassem a magnitude de cada um utilizando a relação apresentada pela equação $m = -2{,}5log\ I + C$, onde m refere-se à magnitude do corpo celeste, I à intensidade desse corpo e C é uma constante em função do mecanismo utilizado para obtermos a informação da intensidade. Com os dados obtidos, os estudantes são incentivados a construir gráficos de magnitude dos corpos celestes, em função do brilho e podem confirmar e determinar a dependência entre essas grandezas. Após o experimento, sugerimos aula expositiva dialogada sobre funções logarítmicas para formalizar o conceito e suas várias representações e exemplos, complementados pela realização de exercícios de aprendizagem.

2 Magnitude é a escala logarítmica da intensidade de um objeto celeste. É medida em um determinado comprimento de onda ou banda passante, geralmente em comprimentos de onda óticos ou infravermelho próximo.

Exercícios sugeridos:

EXERCÍCIOS

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes**.** Explique como pensou:

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

d) $i(x) = 2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

Questão 02. Estabeleça o domínio de cada uma das funções seguintes, definidas por:

α) $y = \log_5(x-1)$

β) $y = \log_{\frac{1}{2}}(3x-2)$

χ) $y = \log_x(x+3)$

δ) $y = \log_{x-1}(-3x+4)$

Questão 03. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde M é a magnitude do terremoto, A é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $\boldsymbol{M_1} = 8$ e $\boldsymbol{M_2} = 6$. As magnitudes $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que $\boldsymbol{M_1}$ e $\boldsymbol{M_2}$ medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

Questão 03. O nível sonoro N (em decibéis) e a intensidade I (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

a) Calcule o nível sonoro N correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade é estimada em 10^{-8} W/cm².

b) Calcule a intensidade sonora I correspondente ao liminar de dor, que é cerca de 120 dB.

Questão 04. A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo t, em anos (t = 0, 1, 2,...), de existência da empresa: $f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2)$.

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?

b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)

c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

Questão 05. Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, num momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual *S* de palavras lembradas, em função do tempo *t*, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86$.

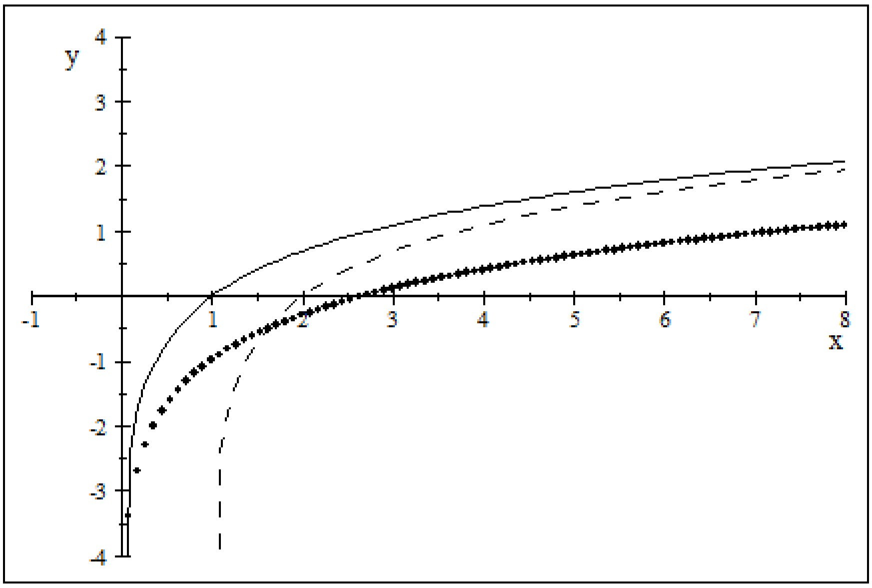
a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?
b) Depois de quanto tempo o percentual *S* alcançou 50%?

Questão 06. Uma unidade de medida muito utilizada, proposta originalmente por Alexandre Graham Bell (1847 – 1922) para comparar as intensidades de duas ocorrências de um fenômeno é decibel (dB). Em um sistema de áudio, por exemplo um sinal de entrada, com potência P_1, resulta em um sinal de saída, com potência P_2. Quando $P_2 > P_1$, como em um amplificador de áudio, diz-se que o sistema apresenta um ganho, em decibéis, de: $G = 10.\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$.

Quando $P_2 < P_1$, a expressão acima resulta em um ganho negativo, e diz-se houve uma atenuação do sinal. Desse modo:

a) Para um amplificador que fornece uma potência P_2 de saída igual a 80 vezes a potência P_1 de entrada, qual é o ganho em dB?
b) Em uma linha de transmissão, na qual há uma atenuação de 20 dB, qual a razão entre as potências de saída e de entrada, nesta ordem? Dado: log 2 = 0,30.

Questão 07. Considere no mesmo sistema de eixos os gráficos das funções $f(x) = \log x$, $g(x) = \log(x-1)$ e $\log x - 1$, conforme ilustra a figura abaixo. Identifique cada função no gráfico, justificando sua resposta.



Encontro 5 – Função Exponencial e Logarítmica: segunda situação-problema - Etapa 5

No quinto encontro, damos continuidade à UEPS, com o estudo da Função Exponencial, mais uma vez de acordo com a orientação de que o nível de complexidade das situações-problema deve ir aumentando, à medida que a SD vai sendo desenvolvida. Para tal, esse encontro pode ser no laboratório de Física, com a realização de um experimento sobre carga e descarga de capacitores.

Nesse experimento, o objetivo foi o de investigar o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando, em primeiro lugar, à determinação das constantes R e C do circuito, bem como à análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio. Para cada circuito RC (Circuito Resistivo – Capacitivo) há um tempo característico, $\tau = RC$, denominado constante de tempo capacitiva. Quando $t = \tau = RC$ a carga do capacitor atinge 63% do seu valor máximo. As equações que descrevem o comportamento da carga e da corrente elétrica neste circuito são as seguintes:

$$q(t) = \varepsilon C(1 - e^{-t/RC})$$
$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$$

Ou seja, trata-se de funções com componentes exponenciais, onde a variável independente, nas duas equações, é o tempo *t* e as variáveis dependentes são a carga *q*, no capacitor, e a corrente elétrica *i*.

O material utilizado é o programa DataStudio[3], um capacitor, uma lâmpada de 5 volts, uma bateria de 6 volts, um sensor do cabo tipo banana-banana com interface, dois cabos pretos do tipo banana-banana, dois cabos vermelhos do tipo banana-banana e duas garras jacarés. O roteiro deste experimento é descrito a seguir:

Experimento sobre Carga e Descarga de um Capacitor.

I. Objetivo:

Neste experimento, investigamos o comportamento de carga e descarga de um capacitor, visando, em primeiro lugar, à determinação das constantes R e C, do circuito, bem como análise gráfica das curvas de carga e descarga, utilizando o programa Data Studio.

[3] O DataStudio é um programa de aquisição, exibição e análise de dados. O software trabalha com sensores e interfaces PASCO para coletar e analisar dados. O DataStudio pode ser usado para criar e realizar experimentos de ciências em geral, biologia, química e física para todos os graus escolares.

II. Material

- Programa DataStudio
- 1 capacitor
- 1 lâmpada 5V
- 1 bateria 6V
- 1 sensor de banana banana com interface
- 2 cabo preto banana banana
- 2 cabo vermelho banana banana
- 2 jacarés

III. Procedimento Experimental

1. Monte um circuito capacitor-bateria tomando o cuidado de ligar o terminal negativo da bateria ao polo negativo do capacitor. Os cabos do sensor devem ser conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de carregamento do capacitor.
2. Monte um circuito RC onde a lâmpada e o capacitor estão associados em série entre eles. Os cabos do sensor devem continuar conectados em paralelo com o capacitor. Faça o registro do processo de descarga do capacitor.
3. Anote alguns pontos desta curva de tanto no processo de carga e de descarga do capacitor.

IV. Questão para discussão

1. Ao executar o experimento e analisar o comportamento do fenômeno no programa DataStudio, que função matemática representa melhor a carga e descarga do capacitor?

2. Do que você conhece sobre essa função matemática quais características são perceptíveis no gráfico construído pelo programa DataStudio?

3. Escreva uma equação que represente este experimento.

Com os dados obtidos, os estudantes observaram os gráficos da carga e descarga do capacitor em função da tensão elétrica que o programa DataStudio reproduziu, o que favoreceu o reconhecimento da função exponencial.

Após o experimento, sugerimos aula expositiva dialogada sobre funções exponenciais, para formalizar o conceito e suas várias propriedades como interceptos com os eixos, os fatores que influenciam nos deslocamentos da função no gráfico, assíntota, domínio, conjunto imagem e classificação da função em crescente ou decrescente. Visando à diferenciação progressiva e à reconciliação integrativa, ao final dos encontros, uma lista de oito exercícios sobre as funções estudadas foi proposta e resolvida pelos participantes.

Exercícios propostos:

<u>Questão 01.</u> Classifique as seguintes funções como crescentes ou decrescentes. Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas:

- **a)** $f(x) = 4^x$
- **b)** $f(x) = e^x$
- **c)** $f(x) = (0{,}01)^x$
- **d)** $f(x) = 2^{-x}$
- **e)** $f(x) = \log_3 x$
- **f)** $f(x) = \log_2 \frac{x}{2}$
- **g)** $f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$
- **h)** $f(x) = \log_5 (x-1)$

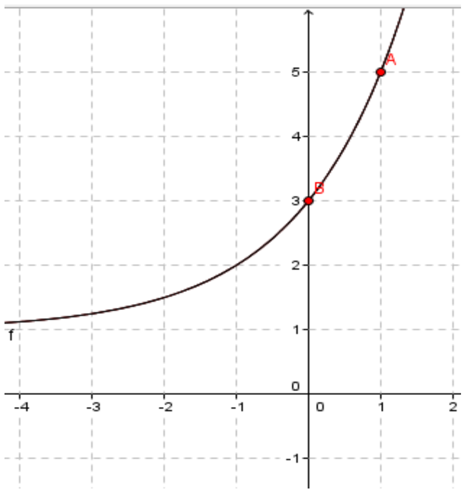
<u>Questão 02.</u> Construa o gráfico das seguintes funções e determine o domínio e imagem.

- **a)** $f(x) = \log x$
- **b)** $g(x) = \log(x-1)$
- **c)** $j(x) = \log x - 1$
- **d)** $m(x) = \log_2 x$
- **e)** $o(x) = \frac{1^x}{2}$
- **f)** $l(x) = 2^x$
- **g)** $i(x) = 2^x - 1$
- **h)** $h(x) = 2^x + 1$

<u>Questão 03.</u> O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

<u>Questão 04.</u> O gráfico abaixo representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:

- **a)** Determine *a* e *b*.
- **b)** Qual é o conjunto imagem de *f*?
- **c)** Calcule *f(-2)*?



<u>Questão 05.</u> O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha.3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.
b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

Questão 06. A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1{,}25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm$.

b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

Questão 07. Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $\boldsymbol{v(t) = 20{,}83(1 - e^{-1{,}875t})}$, onde *t* é o tempo (em segundos).

a) Calcule a velocidade nos instantes *t* = 0,1 e *t* = 3 segundos.

b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 20 m/s.

c) Confirme os seus cálculos assinalando os elementos obtidos na figura acima.

d) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

Questão 08. Quando uma tensão elétrica constante *U* (em volts) é aplicada a um circuito constituído por um resistor (de resistência *R*, em ohms) e um capacitor (de capacitância *C*, em farads) ligados em série, a corrente elétrica *i* (em ampères) é dada por: $\boldsymbol{i(t) = \frac{U}{R} e^{-RCt}}$, onde *t* é o tempo (em segundos) transcorrido desde o momento da aplicação da tensão.

a) Dado que *U* = 300V, *R* = 1500Ω e *C* = 3.10^{-6}F, substitua esses valores na expressão e simplifique o que for possível.

b) Calcule o valor de *i* nos instantes *t* = 0, 200, 400 e 600 segundos e desenhe o gráfico de *i(t).*

c) Em qual instante de tempo a corrente atinge a fração de 10% da corrente inicial?

Questão 09. Do estudo da Química, sabemos que alguns elementos têm a tendência natural de emitir radiação e transformar-se em elementos diferentes. Eles são chamados de elementos *radioativos*. Com o passar do tempo, a quantidade do elemento original presente em uma amostra diminui de acordo com a função: $\boldsymbol{Q(t) = Q_0 e^{-kt}}$, onde *Q* é a quantidade do elemento presente na amostra (medido em unidade de massa), Q_0 é a quantidade inicial, *t* é o tempo transcorrido desde a medição inicial e *k* é uma constante positiva característica de cada elemento. Para o iodo-128 (usado como *contraste* em diagnóstico por imagem) o valor de *k* é 0,0275 min^{-1}.

a) Suponha que 5 mg de iodo-128 seja injetado em um paciente. Desenhe o gráfico mostrando a quantidade de contraste presente no paciente até 2 horas após sua injeção.

b) Qual é a taxa de decaimento durante a primeira hora? E durante a segunda hora?

Encontro 6 – Função Exponencial e Logarítmica: terceira situação-problema e avaliação

Etapas 6, 7 e 8

O sexto encontro foi dividido em duas partes. Inicialmente, foi realizado um experimento sobre o potencial hidrogeniônico de algumas substâncias, com base em uma vídeo aula disponível na internet com o título "Aplicação de Logaritmos na Química: Cálculo do pH | Matemática Rio[4]", para a explicação do fenômeno químico Potencial Hidrogeniônico. Por meio desta atividade, abordamos a função logarítmica utilizada na fórmula $pH = -log(H^+)$, para o cálculo do pH (potencial hidrogeniônico). Exploramos o conceito de pH, por meio de abordagens algébrica, numérica, verbal e gráfica, o que permite aos estudantes relacionar este conceito com o de Função Logarítmica.

A segunda parte do sexto encontro, conforme o cronograma apresentado, contemplou, também as etapas 7 e 8 do planejamento. As mesmas são descritas a seguir.

Etapa 7: Na sequência, visando à reconciliação integrativa e consolidação do conhecimento, a pesquisadora recapitulou os principais elementos da função exponencial e da função logarítmica em nova apresentação em que foram destacados os conceitos e propriedades das funções estudadas. Assim como no estudo das funções de primeiro grau, foram destacados o domínio e a imagem das funções exponencial e logarítmica; suas diferentes representações (algébrica, numérica, verbal e geométrica); propriedades das potencias, crescimento/decrescimento, deslocamentos de gráficos, interceptos horizontal e vertical.

Etapa 8: Assim como no terceiro encontro, quando da finalização do estudo da função de primeiro grau, foi realizada uma avaliação individual final, contendo questões dissertativas contextualizadas, relacionadas com os fenômenos estudados, além da produção dos mapas conceituais finais sobre função exponencial e logarítmica.

AVALIAÇÃO

Questão 01. Construa o gráfico das seguintes funções e classifique-as como crescentes ou decrescentes**.** Explique qual foi seu raciocínio na resolução de cada uma das alternativas.

a) $f(x) = 5^x$

b) $f(x) = e^x$

c) $f(x) = (0{,}03)^x$

d) $f(x) = 3^{-x}$

f) $f(x) = \log_5 x$

g) $f(x) = \log_3 \frac{x}{3}$

h) $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

i) $f(x) = \log_5(x-1)$

[4] Link para acesso: https://www.youtube.com/watch?v=JzUxtqtb3JU

Questão 02. Determine o domínio e imagem de cada uma das funções a seguir:

a) $f(x) = \log x$

b) $g(x) = \log_2 \frac{x}{2}$

c) $h(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$

d) $i(x) = 2.\log_5 x$

e) $j(x) = 1 + \log x$

f) $o(x) = \frac{1^x}{2}$

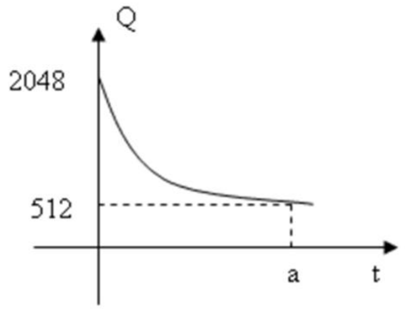
g) $l(x) = 2^x$

h) $i(x) = 2^x - 1$

i) $h(x) = 2^x + 1$

Questão 03. O número de bactérias de uma cultura, **t** horas após o início de um certo experimento, é dado pela expressão N(t) = 1200. $2^{0,4t}$. Nessas condições, quanto tempo após o início do experimento a cultura terá 38400 bactérias?

Questão 04. Certa substância se decompõe aproximadamente segundo a lei **Q(t) = K.**$2^{-0,5t}$, em que **K** é uma constante, *t* indica o tempo em minutos e *Q(t)* indica a quantidade da substância, em gramas, no instante *t*. Considerando os dados desse processo de decomposição mostrados no gráfico, determine os valores de *K* e de *a*.



Questão 05. Os terremotos geralmente são classificados pelos danos que causam à região em que ocorrem. Essa classificação é feita através de um número que indica a magnitude do terremoto e que está relacionado com a energia liberada pelas ondas mecânicas e vibrações causadas pelo mesmo. A escala Richter, utilizada para medir a magnitude de um terremoto, foi proposta em 1935 pelo sismólogo Charles Francis Richter (1900-1985). A maior magnitude registrada até hoje para um terremoto foi de 9 graus. A magnitude do terremoto pode ser calculada por meio do logaritmo da medida das amplitudes das ondas mecânicas produzidas pelo terremoto. Essas amplitudes são medidas por aparelhos denominados sismógrafos. A fórmula utilizada para calcular a magnitude dos terremotos é a seguinte: $M = \log A - \log A_0$, onde *M* é a magnitude do terremoto, *A* é a amplitude máxima das ondas e A_0 é a amplitude de referência. Consideremos dois terremotos cujas magnitudes foram $M_1 = 8$ e $M_2 = 6$. As magnitudes M_1 e M_2 podem ser relacionadas pela fórmula $M_1 - M_2 = \log\left(\frac{M_1}{M_2}\right)$, em que M_1 e M_2 medem a amplitude das ondas causadas pelos terremotos e que se propagam pela crosta terrestre. Calcule a razão $\frac{A_1}{A_2}$ e determine quão mais intenso um terremoto foi em relação ao outro.

<u>Questão 06.</u> O nível sonoro *N* (em decibéis) e a intensidade sonora *I* (em watts por centímetros quadrado) estão relacionados por $N = 1{,}6 + \frac{1}{10}\log(I)$.

a) Calcule o nível sonoro *N* correspondente ao barulho provocado por tráfego pesado de veículos, cuja intensidade sonora é estimada em 10^{-8} W/cm².

b) Calcule a intensidade sonora *I* correspondente ao limiar de dor, que ocorre para o nível sonoro de 120 dB aproximadamente.

<u>Questão 07.</u> A lei seguinte representa uma estimativa sobre o número de funcionários de uma empresa, em função do tempo *t*, em anos de existência da empresa (t = 0, 1, 2,...):

$$f(t) = 400 + 50.\log_4(t+2).$$

a) Quantos funcionários a empresa possuía na sua fundação?

b) Quantos funcionários foram incorporados à empresa do 2º ao 6º ano? (Admita que nenhum funcionário tenha saído.)

c) Calcule a taxa média de variação do número de funcionários da empresa do 6º ao 14º ano.

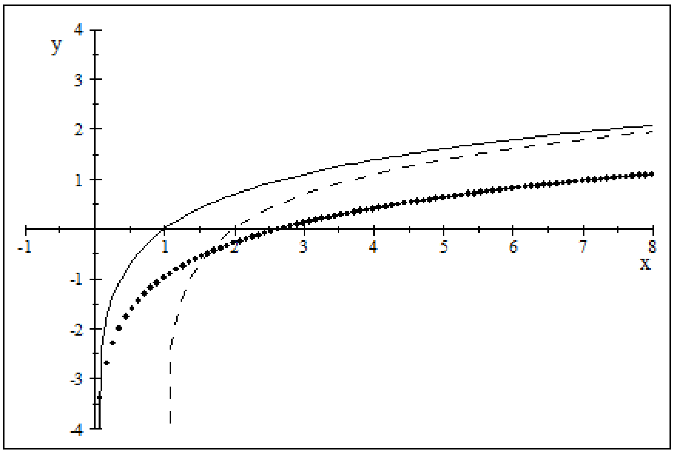
<u>Questão 08.</u> Para determinar a rapidez com que se esquece de uma informação, foi efetuado um teste em que listas de palavras eram lidas a um grupo de pessoas e, em um momento posterior, verificava-se quantas dessas palavras eram lembradas. Uma análise mostrou que, de maneira aproximada, o percentual *S* de palavras lembradas, em função do tempo *t*, em minutos, após o teste ter sido aplicado, era dado pela expressão: $S = -18.\log(t+1) + 86$.

a) Após 9 minutos, que percentual da informação inicial era lembrado?

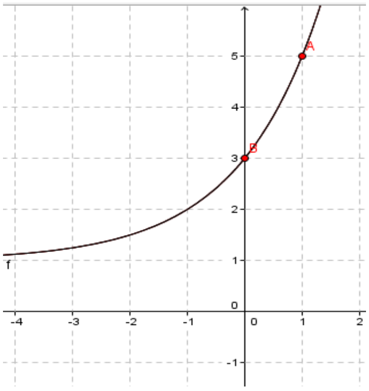
b) Depois de quanto tempo o percentual *S* alcançou 50%?

<u>Questão 09.</u> Na figura abaixo, estão representados os gráficos das funções $f(x) = logx,\ g(x) = \log(x-1)\ e\ \log x - 1$. Identifique cada uma delas na figura, justificando sua resposta.

.



Questão 10. O gráfico ao lado representa a função *f*: R→R cuja lei é $f(x) = a + b.2^x$, sendo *a* e *b* constantes positivas:



a) Determine *a* e *b*.
b) Qual é o conjunto imagem de *f*?
c) Calcule *f(-3)*?

Questão 11. O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: $T(t) = T_A + \alpha.3^{\beta t}$, onde:

- *T(t)* é a temperatura do corpo em graus Celsius, no instante *t*, dado em minutos;
- T_A é a temperatura ambiente, suposta constante;
- α e β são constantes.

O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de -18°C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0°C após 90 minutos e chegou a -16°C após 2770 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes α e β.
b) Determine o valor de *t* para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas $(\frac{2}{3})$°C superior à temperatura ambiente.

Questão 12. A pressão atmosférica *P* (em qualquer unidade de medida) na altura *h* (em metros), acima da superfície da Terra, pode ser aproximada por $P(h) = P_0 e^{-1,25.10^{-4}h}$, onde P_0 é a pressão atmosférica, no nível do mar.

a) Se você for ao topo do Pico da Neblina (AM), ponto mais alto do Brasil, com altura de 2.994 m, qual será a pressão atmosférica, em percentual, com relação à pressão no nível do mar? Considere $P_0 = 1\ atm$.
b) A pressão atmosférica na altitude de cruzeiro de um avião comercial é de 22% da pressão ao nível do mar. Qual é sua altitude?

Questão 13. Um ciclista decide descer uma ladeira sem acionar os freios. A velocidade *v* (em metros por segundo) do ciclista é monitorada e é dada por $\boldsymbol{v(t) = 20,83(1 - e^{-1,875t})}$, onde *t* é o tempo (em segundos).

a) Calcule a velocidade nos instantes *t* = 2 e *t* = 5 segundos.
b) Calcule exatamente o instante em que a velocidade é de 10 m/s.
c) Descreva o que acontece com a velocidade do ciclista à medida que o tempo passa.

CONSIDERAÇÕES SOBRE A AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

A avaliação da aprendizagem foi realizada em vários momentos e utilizando diferentes instrumentos de avaliação. Foram realizados registros das participações e das contribuições dos estudantes em relação ao grau de compreensão dos modelos explicativos e das ações para intervir nas situações-problema.

Para os professores que desejarem utilizar o mapa conceitual, como recurso de avaliação, segue a adaptação da Taxonomia topológica de Novak e Cañas (2009), utilizada na dissertação.

A topologia é composta por cinco critérios relacionados aos: conceitos, termos de ligação e relação entre conceitos, grau de ramificações, profundidade hierárquica e ligações cruzadas. Cada um desses critérios é avaliado em um nível de 0 a 6, onde 0 (zero) é o mais simples e 6 é o mais elaborado. A seguir, a descrição dos critérios:

- ✓ Critério C1 (utilização de conceitos): este critério tem uma natureza mais semântica do que estrutural; no entanto a presença de trechos de textos, no lugar de conceitos formados por poucas palavras, pode ser indício de uma aprendizagem por memorização (característica da aprendizagem mecânica), pobre, rígida e isolada. A habilidade de apresentar conceitos, por meio de textos resumidos, é um ponto de partida para a construção de estruturas cognitivas cada vez mais complexas e sofisticadas. Mapas conceituais que não apresentam conceitos podem ser classificados como sendo nível 0 (o mais baixo). Se os assuntos abordados nos mapas conceituais são da área da Matemática, no que diz respeito às funções, levamos em consideração as formas algébrica, geométrica, numérica e verbal. No caso desta última, textos resumidos ou frases explicativas também são considerados.
- ✓ Critério C2 (termos de ligação e relações entre conceitos): fazemos a observação da presença, ou não, de termos de ligação, e não das próprias palavras que são utilizadas. Deste modo, qualquer símbolo colocado intencionalmente pelo autor, com a finalidade de estabelecer uma relação adequada entre os conceitos, deve ser considerado.
- ✓ Critério C3 (grau de ramificação): a ramificação de um mapa conceitual está associada ao número de pontos de ramificações. Um ponto de ramificação ocorre quando, a partir de um conceito ou termo de ligação, saem duas ou mais linhas de conexão (o número exato não importa). Este critério refere-se

ao número de conceitos que apresentam mais de uma ramificação e não ao número de ramificações que emergem de um conceito.

- ✓ Critério C4 (profundidade hierárquica): é determinado contando-se o número de ligações entre o conceito raiz e o conceito mais afastado deste. Este é um critério que só tem sentido se o mapa possui pelos menos um conceito raiz.
- ✓ Critério C5 (presença de ligações cruzadas): uma ligação cruzada é essencialmente uma proposição entre conceitos que usualmente estão localizados em diferentes setores de um mapa conceitual, de modo que formem um circuito fechado.

Com base nisso, um quadro foi organizado para realizar a análise estrutural dos mapas conceituais, no qual são apresentadas as relações entre critérios e os níveis dessa taxonomia topológica (Quadro 1).

Quadro 1: Relação entre critérios e níveis na análise estrutural dos mapas conceituais.

NÍVEL	**CRITÉRIO**				
	C1 Conceitos	**C2 Termos e ligação**	**C3 Grau de ramificação**	**C4 Profundidade hierárquica**	**C5 Ligações cruzadas**
0	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.	Não apresenta	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
1	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Linear (0 ou 1 ponto)	Nenhuma	Nenhuma
2	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, inferior a 50%	Apresenta menos de 50%	Ramificação baixa (2 pontos)	1 nível	Nenhuma
3	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação média (3 ou 4 pontos)	2 níveis	Nenhuma
4	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, igual a 50%	Apresenta 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	3 níveis	Nenhuma

5	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, superior a 50%	Apresenta mais de 50%	Ramificação alta (5 ou 6 pontos)	4 níveis	1 ou 2 ligações
6	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, superior a 50%.	Apresenta mais de 50%	Ramificação altíssima (7 ou mais pontos)	5 ou mais níveis	Mais de 2 ligações

Fonte: Elaborado pela Autora.

É importante ressaltar que os níveis, para cada critério, foram adaptados pela pesquisadora para este estudo, considerando os seguintes conceitos presentes no estudo de funções, de modo geral: *definição*; *variável dependente* e *variável independente*; *domínio* e *imagem*; *representação numérica*; *representação algébrica*; *representação geométrica*; *representação verbal*; *crescimento/decrescimento*; *zero*(*s*) e *intercepto*(*s*). Além destes, dependendo da função, foram consideradas as seguintes especificidades: para a função de primeiro grau: *coeficiente angular* e *coeficiente linear*; *função linear* e *função afim*; para a função exponencial: *número e*; *condições para a base* e *assíntota*(*s*); para a função logarítmica: *base e*, *condições para a base* e *assíntota*(*s*) (ANTON, 2014; HUGHES-HALLETT et al., 2014; STEWART, 2006).

O Quadro 2, abaixo, mostra de forma sintetizada, a apresentação de símbolos representativos para cada critério e nível.

Quadro 2: Quadro para avaliação estrutural dos mapas conceituais.

Nível	C1	C2	C3	C4	C5
0	NC	0	0	0	0
1	$PC_1 < 0,5$	< 0,5	0 – 1	0	0
2	$PC_2 < 0,5$	> 0,5	2	1	0
3	$PC_1 = 0,5$	1	3 – 4	2	0
4	$PC_2 = 0,5$	1	5 – 6	3	0
5	$PC_1 > 0,5$	1	5 – 6	4	1 – 2
6	$PC_2 > 0,5$	1	≥ 7	≥ 5	> 2

Fonte: Elaborado pela autora, 2016

A seguir, apresentamos o Quadro 3, na forma descritiva, com os significados atribuídos a cada uma das siglas.

Quadro 3: Significado das siglas utilizadas no critério C1.

Sigla	Significado
NC	Nenhuma associação com conceitos relacionados ao tema.
$PC_1 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *inferior a 50%*.
$PC_2 < 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *inferior a 50%*.
$PC_1 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *igual a 50%*.
$PC_2 = 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *igual a 50%*.
$PC_1 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções em uma das formas: algébrica ou verbal, *superior a 50%*.
$PC_2 > 0,5$	Presença dos tópicos relacionados às funções, no mínimo de duas formas: algébrica, verbal ou geométrica, *superior a 50%*.

Fonte: Autora.

Quanto ao critério C2, a ausência de termos de ligação é representada por (0), a presença de metade ou menos de termos de ligação entre os conceitos por (< 0,5), a presença de mais da metade por (> 0,5) e o número (1) representa a presença de termos de ligações em todos os conceitos apresentados no mapa conceitual.

Quanto aos critérios C3, C4 e C5, os números indicam a quantidade de pontos de ramificações, os números de ligações entre conceito raiz e o mais afastado, e os números de ligações cruzadas, respectivamente, presentes no mapa conceitual.

Para conhecer como os mapas apresentados na pesquisa foram analisados, com base nos critérios apresentados, conheça a dissertação "MATEMÁTICA PARA ENGENHARIA: Unidades de Ensino Potencialmente Significativas para superar lacunas em Matemática básica", disponível em: http://www.ucs.br/site/pos-graduacao/formacao-stricto-sensu/ensino-de-ciencias-e-matematica/dissertacoes/.