

A dissertação **Números Complexos: interação e aprendizagem**, de Cassiano Scott Puhl junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática – Mestrado Profissional, apresentada em Março de 2016, deu origem a um objeto de aprendizagem virtual (OA), disponível em <<http://matematicacomplexa.hol.es>>. A pesquisa foi orientada pela Prof^a. Dr^a. Isolda Gianni de Lima e coorientada pelo Prof. Dr. Francisco Catelli.

O objeto de aprendizagem foi criado como produto final do mestrado na linha de pesquisa “Tecnologias, Recursos e Materiais Didáticos para o Ensino de Ciências e Matemática”, em que constam textos didáticos, vídeos informativos, questões de diversos vestibulares, aplicativos do GeoGebra e uma rota de aprendizagem, essa aplicada, como experimento numa escola de Ensino Médio, para a aprendizagem de números complexos, à luz da aprendizagem significativa, segundo David Ausubel.

O ambiente do OA foi construído visando ser dinâmico, agradável e dialógico para se aprender sobre números complexos. Esse recurso pode ser utilizado como material de apoio em sala de aula ou em atividades complementares aos estudos em classe e, também, para estudantes que querem realizar uma aprendizagem autônoma de números complexos, sem a orientação de um professor e sem a obrigatoriedade de uma sequência definida de passos, atividades ou leituras a realizar.

O objeto de aprendizagem é constituído de dez espaços: *Caminhada histórica*, *Espaço do vestibulando*, *Fazer e compreender*, *Apoio tecnológico*, *Rotas de Aprendizagem*, *Quem quer dinheiro? Show do Milhão*, *Foco na teoria*, *Calculadora*, *Aplicações* e *Fórum de discussões*.

A *Caminhada histórica* é um espaço estruturado como uma linha do tempo, em que são apresentados os matemáticos que contribuíram para a formalização da teoria dos números complexos.

No *Espaço do vestibulando* consta uma coletânea de questões sobre números complexos, que resultaram de uma seleção realizada em provas de vestibular de universidades federais do Brasil e de outras que se destacam na oferta de cursos da área das Ciências Exatas e Tecnologia do estado do Rio Grande do Sul.

Para espaço *Fazer e compreender* foi construída uma sequência de aplicativos no Geogebra, com atividades potencialmente significativas para a aprendizagem de números complexos.

O *Apoio tecnológico* foi criado como apoio a questões relacionadas ao software GeoGebra, que requer o programa Java rodar os aplicativos. E o Java, correntemente, precisa de uma atualização que, para quem não tem familiaridade com a informática, não é um

procedimento trivial. Assim, neste espaço são propostas soluções para alguns problemas recorrentes.

Quem quer dinheiro? é uma expressão conhecida e sugere o lúdico. Para desafiar e estimular os estudantes criou-se um “Show do Milhão”, alusivo a um programa da televisão brasileira, com perguntas sobre números complexos.

No espaço de aprendizagem *Foco na teoria*, são apresentados conceitos formais da teoria dos números complexos.

Em *Calculadora*, são propostas formas de como operar com números complexos nas calculadoras científicas, Casio e a HP, bastante utilizadas por estudantes do Ensino Médio ou de cursos de Engenharia. Assim, agregaram-se vídeos explicativos, disponibilizados no YouTube, de como se opera com os números complexos nessas calculadoras.

No espaço *Aplicações*, são apresentadas situações reais, em que estão presentes os números complexos, descritas em linguagem compreensível para estudantes de Ensino Médio. Tais situações foram pesquisadas e construídas com a colaboração de professores universitários e de cursos técnicos, que sugeriram bibliografias onde se podem encontrar aplicações que auxiliam a dar substantividade ao conteúdo.

O *Fórum de discussões* permite aos estudantes expor dúvidas e serem auxiliados por professores ou outros estudantes. A troca de experiências e a oportunidade que todos têm de apresentar e discutir resoluções ou possíveis soluções propicia uma construção reflexiva sobre números complexos.

Cada espaço foi criado com o propósito de atender a diversidade de estudantes que estão presentes nas salas de aulas ou em outros espaços de aprendizagem. Assim, o estudante escolhe por quais espaços quer passar e em qual ordem, conforme seja a sua necessidade, o seu interesse e a sua forma de estudar e aprender, podendo dedicar-se a leituras, resolução de exercícios, vídeos e vídeo aulas, realizar atividades lúdicas, interagir com o Radice, um personagem virtual que propõe reflexões e orientações para construir conhecimento.

Em *Rotas de aprendizagem* são sugeridos percursos que podem ser seguidos, dentro do OA, por professores, adaptando-as aos seus planejamentos, ou por estudantes que desenvolvem uma aprendizagem autônoma. Este ambiente contempla uma proposta de sequência de aulas com atividades potencialmente significativas para a aprendizagem dos números complexos com uma metodologia ativa. Essa rota de aprendizagem foi aplicada durante a pesquisa e foi planejada com quatro etapas.

A primeira é uma proposta didática para introduzir o conceito de unidade imaginária “ i ”, com uma abordagem geométrica, apresentando-a como o elemento que diferencia um

número complexo de um número real. Ainda nesta etapa, os estudantes conhecem um pouco da evolução histórica desses números, com desafios matemáticos que eram propostos antigamente.

Na segunda etapa do planejamento são considerados os conceitos mais gerais, como partes real e imaginária de números complexos e, com isso, a resolução, com naturalidade, de somas, subtrações, multiplicações e divisões com esses números, a partir de conhecimentos prévios destas operações. Como estratégia ativa de aprendizagem é sugerida uma prática similar à da Peer Instruction¹, em que os estudantes podem discutir hipóteses e refletir coletivamente na busca de soluções adequadas. Seguindo as quatro operações básicas, é feito o estudo de potências da unidade imaginária, com a ajuda do Radice, e finaliza-se com uma gincana cujas atividades abordam todas as operações, podendo servir como avaliação das aprendizagens desenvolvidas.

Na terceira parte é proposto o estudo sobre a forma trigonométrica dos números complexos. Ao escrever o número neste formato, pode-se calcular, de modo simples, a multiplicação e a divisão de números complexos, como também tornar possível a potenciação e radiciação com esses números. Nessa terceira parte, o OA é especialmente colaborador, pois com um recurso criado no GeoGebra, é possível perceber a relação entre módulo e argumento dos números complexos nas operações de multiplicação e divisão. Para finalizar esta etapa é propiciado um jogo de perguntas e respostas, no espaço *Quem quer dinheiro? Show do Milhão*, uma atividade lúdica e desafiadora para os estudantes testarem, trocarem e complementarem conhecimentos e uma oportunidade de recuperarem defasagens no processo de aprendizagem.

A quarta e última parte do planejamento é para a potenciação e a radiciação, desenvolvidas com o auxílio do objeto de aprendizagem, em que é enfatizada a potenciação como sucessivas multiplicações e a radiciação como a operação inversa da potenciação, e com uma atenção especial ao seu significado geométrica, em que se pode estabelecer relação com progressões aritméticas e com polígonos regulares. Por fim, apresentam-se situações reais em que ocorre a aplicação de números complexos.

¹ A Peer Instruction tem o objetivo de propiciar que os alunos reflitam individualmente e, depois, discutam em grupo suas respostas. Ao discutir com os colegas, os estudantes argumentam em defesa a sua resposta e devem ter certo domínio da teoria para convencer os colegas da sua escolha, num diálogo que promove a compreensão e o aprendizado do tema em questão. Após esta discussão inicial, os pequenos grupos respondem novamente a questão e, se persistirem divergência, acontece nova rodada de discussões, mais ampla, mediada pelo professor. O docente cuidará para que prevaleça a argumentação correta, com questionamentos, dicas ou explicações, se for necessário, orientando e desequilibrando cognitivamente aqueles que não acertaram, para que refaçam pensamentos e reconstruam conceitos com entendimento.

Todo esse planejamento, disponível no espaço *Rotas de Aprendizagem*, foi construído seguindo-se pressupostos teóricos para promover uma aprendizagem ativa e significativa.

Os resultados da experiência vivenciada com esse planejamento, que integra o objeto de aprendizagem, são detalhados na dissertação, em que os dados coletados, com instrumentos como questionários, registros em fotografias, diário de bordo e observações diretas, fornecem indícios do potencial da proposta para a aprendizagem significativa de Números Complexos. Ao disponibilizar os materiais construídos para a aprendizagem de números complexos, como também rotas de aprendizagem, têm-se, com este objeto de aprendizagem, os objetivos de:

- Compartilhar a dissertação, o objeto de aprendizagem e a prática construída com professores, para que possam utilizar e adaptá-la à realidade dos seus estudantes, sugerindo melhorias;
- Propiciar um ambiente em que estudantes podem aprender sozinhos, sem professores, conceitos estruturantes sobre números complexos;
- Oferecer a professores universitários um recurso que auxilie na superação de defasagens sobre números complexos, como atividade à distância.

A tecnologia foi utilizada como aliada para propiciar uma metodologia diferenciada, podendo ser aplicadas em atividades à distância ou presencialmente, com o foco na construção do conhecimento, para estudos iniciais ou para ajudar estudantes com defasagem de aprendizagem.