



**UNIVERSIDADE DE CAXIAS DO SUL
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL**

JULIANA PEREIRA BERTI

**UMA ILHA INTERDISCIPLINAR DE RACIONALIDADE PARA A CONSTRUÇÃO
DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA**

CAXIAS DO SUL, RS

2018

APRESENTAÇÃO

Caro(a) professor(a),

Este guia didático originou-se do estudo e aplicação do método Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), visando à análise de seu potencial na construção do conceito de função matemática. De acordo com Gérard Fourez, IIR é um método de ensino voltado para a Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT), visando à formação de estudantes críticos, autônomos e com capacidade de comunicação perante demandas da sociedade. Por meio da ACT, pode-se tomar consciência de que as teorias (ou conteúdos disciplinares) não serão bem compreendidas, se os estudantes não souberem por que e para que foram criadas. Segundo Fourez (1997, p. 61), os três principais atributos da ACT são: a *autonomia* do indivíduo, a *comunicação* com os demais e o *domínio frente a situações concretas*.

No caso da *construção do conceito de função matemática*, tema de aprendizagem neste trabalho, que, como todos os conceitos em Matemática, são desenvolvidos com base em conhecimentos prévios, o método mostrou-se eficaz, tendo-se a oportunidade de aplicar diversos recursos, destacando-se situações-problema do cotidiano dos estudantes, tendo como contexto o tema da *Água*.

O interesse em buscar novas metodologias de ensino surge a partir das reflexões sobre as dificuldades encontradas pelos estudantes, no estudo e na compreensão do significado de função e, também, para proporcionar a eles a aplicação do conhecimento em situações do cotidiano, o que pode ser promovido por meio de interdisciplinaridade.

As produções dos estudantes foram registradas em seus respectivos *SchoolBooks*, com base nas quais, a avaliação foi realizada. Além destas, também foram objeto de avaliação, a qualidade da participação nas atividades promovidas, o envolvimento demonstrado na realização das tarefas e a compreensão do conceito de função, também demonstrada na interpretação e na resolução das situações-problema.

Os resultados foram significativos, no que se refere à construção do conceito de função e no desenvolvimento dos atributos da ACT.

Espera-se que você encontre, neste guia didático, sugestões de atividades promovidas com este propósito, que não se restringem à Matemática, podendo ser adequado ao seu próprio planejamento, a ser desenvolvido com os estudantes.

Bom trabalho!

SUMÁRIO

1 ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA E AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE	4
2 A MATEMÁTICA, AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO	8
3 A IMPORTÂNCIA DA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA.....	10
4 PLANEJAMENTO DE UMA IIR.....	17
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	26
REFERÊNCIAS.....	288

1 ALFABETIZAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA E AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE

De acordo com Gérard Fourez (1997), a Alfabetização Científica e Tecnológica (ACT) possui três atributos, que podem ser entendidos como objetivos: o desenvolvimento da autonomia, da capacidade de comunicação e domínio e responsabilidade, frente a situações concretas. Sendo assim, um indivíduo “alfabetizado científica e tecnologicamente” é autônomo na decisão de quais conhecimentos lhe interessam, os que aumentam sua dependência frente aos especialistas ou os que permitem estabelecer uma relação mais igualitária. No que se refere à comunicação, ele é capaz de teorizar, construir conceitos que comuniquem sua vivência aos outros. Ao domínio, entende-se um saber-fazer ou poder-fazer, que proporciona um sentido à teorização.

Nessa perspectiva, Fourez propõe a construção de Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), como modelos interdisciplinares para compreender situações, tecnologias e noções que estão presentes na compreensão do mundo, de forma que se possa atuar frente a elas. A IIR caracteriza-se como uma representação teórica apropriada a um contexto ou a um projeto e permite a comunicação e ação frente aos mesmos. (FOUREZ, 1997).

Sendo assim, a IIR planejada, aplicada e avaliada, apresentada neste guia didático, visando à construção do conceito de função matemática, além de promover a pesquisa investigativa por meio de representações de determinadas situações, com a utilização dos conhecimentos de diversas disciplinas, buscou promover a interdisciplinaridade e a integração entre colegas professores, pois estes nem sempre estão dispostos a fazer tais contribuições. (MORO, 2015)

Esta atividade interdisciplinar consiste de um trabalho em que são consultadas as especialidades, especialistas em outras disciplinas, para atender a um projeto específico. As contribuições destas consultas, mediadas pela negociação, são levadas em conta. A culminância ocorre com a construção da IIR, na qual, é justamente a solicitação e a explicitação de um resultado final, que vai requerer uma negociação e um comprometimento, por parte dos participantes. (SCHMITZ; PINHO ALVES, 2004). Trata-se, pois, de um método que requer mais a participação ativa dos estudantes do que a fala do professor,

superando o simples dizer do conteúdo por parte do professor, pois é sabido que na aula tradicional, que se encerra numa simples exposição de tópicos, somente há garantia da citada exposição, e nada se pode afirmar acerca da apreensão do conteúdo pelo aluno. (ANASTASIOU; ALVES, 2015, p. 20)

No entanto, o professor tem papel de muita importância na programação e no acompanhamento de uma IIR, pois precisa elaborar situações em que possa ser construído um conjunto de relações que permitam que os novos conhecimentos aprendidos possam ampliar ou modificar os já existentes.

De acordo com Fourez (1997), no trabalho interdisciplinar não há normas disponíveis para saber qual o ponto de vista disciplinar a ser privilegiado; trata-se de uma decisão em que se negocia sobre o estudo em questão. As IIR são uma representação teórica apropriada de alguma situação real. Elas possibilitam escolher o tema que se quer estudar, sob determinadas condições, e fazer reflexões acerca do mesmo.

Fourez (1997) explica que o estudo de uma ferramenta, por exemplo, promove questões com mil ramificações, no entanto, na prática, terá que se deixar de lado, em função do projeto, algumas dessas ramificações, para não se afogar em inúmeros detalhes (o problema é sempre o de decidir o que se deixará escapar e o que irá se acatar).

Para o desenvolvimento de uma IIR, Fourez (1997) propõe etapas, que compõem como um modelo, podendo ser adaptado a cada situação abordada. O grupo ou equipe participante determinará a duração de cada uma delas, segundo os objetivos ou possibilidades, com a mediação da professora. Tais etapas são descritas a seguir.

1. *Clichê da situação estudada*

O clichê pode ser entendido como o conjunto de representações, corretas ou não, que o grupo de estudantes tem sobre o tema, objeto ou situação abordada. Trata-se de uma descrição espontânea. Para isso, a equipe cria questionamentos, que vão desde os mais gerais até os mais específicos, como uma investigação que se faz, partindo da experiência corrente e, às vezes, pode causar prejuízos. Isto por que ela reflete o que o grupo pensa, sem formação especial. Assim, é importante, antes ou durante a investigação, distinguir o que é admitido por todos, o que é objeto de debate e o que é juízo de valores.

2. *O panorama espontâneo*

Nessa etapa ocorre o aprofundamento do *Clichê*, de maneira espontânea e sem consulta a especialistas. Recorre-se aos recursos da própria equipe:

- ✓ Lista dos atores envolvidos: estudantes e professores, caso a IIR seja desenvolvida em sala de aula;
- ✓ Listagem das normas ou condições específicas (Por exemplo: rede elétrica, prudência quando se apóia um ferro quente, conhecimento do tipo de tecido para engomar, normas de segurança impostas pela legislação);
- ✓ Lista de postura e tensões (Por exemplo: Quais são as vantagens ou inconveniente de utilizar determinada técnica? Quais são os valores para os quais é atraente na ocasião de seu uso?);
- ✓ Lista das caixas-pretas, ou seja, lista dos materiais ou conceitos que serão estudados mais a fundo para esclarecer questionamentos;
- ✓ Lista de bifurcações, caso uma estratégia seja eleita em detrimento de outra;
- ✓ Lista de especialistas ou especialidades envolvidas.

3. *Consulta aos especialistas*

Das listas produzidas na etapa anterior, a equipe selecionará especialista(s) para consulta. Tais especialistas podem ser outros professores da Escola, bem como pessoas da comunidade. A consulta tem dois objetivos: responder aos questionamentos e, também, conhecer como um especialista compreende tais questionamentos, especialmente, levando em conta o que sua visão pode alterar confrontando-a com a primeira visão sobre a questão, feita pelos participantes. Esta etapa está vinculada à abertura das caixas-pretas e será, geralmente, comprida, mesmo que não seja indicado mais do que algumas linhas.

4. *Indo à prática*

É o momento de abandonar as conjecturas e confrontar as teorias com a realidade, dando ênfase ao comportamento investigativo dos estudantes. Há diversas maneiras de “ir à prática”: podem ser realizadas entrevistas com especialistas selecionados na etapa anterior, bem como saídas de campo, leituras de textos explicativos, desmontagem de aparelhos, etc.

5. *Abertura aprofundada de uma ou outra caixa-preta e descoberta dos princípios disciplinares que formam a base de uma tecnologia*

Esta etapa poderá aprofundar algum aspecto da situação ou tema estudado, podendo recorrer ao rigor das disciplinas. Com a ajuda de um especialista pode-se abrir uma ou outra caixa-preta. As caixas-pretas interessantes não são todas de competência de uma única ciência, podendo-se, assim, consultar especialidades vinculada a diferentes ciências. Cada estudo é selecionado em função do contexto, do projeto, dos produtores e dos destinatários da IIR. A escolha de quais disciplinas ou aspectos serão estudados é flexível, respeitando os interesses de cada equipe. A abertura das caixas-pretas poderá ser uma apresentação, um seminário, um debate ou outra estratégia, com explicações particulares de uma disciplina. É o momento do trabalho disciplinar na interdisciplinaridade.

6. *Esquematização global da situação estudada*

Consiste, especialmente, na síntese parcial e objetiva da IIR. Pode-se elaborar um resumo, um esquema ou uma imagem que represente teoricamente a situação estudada.

7. *Abertura das caixas-pretas sem ajuda dos especialistas*

É o aprofundamento da situação sem a ajuda dos especialistas. Trata-se de criar uma teoria, ou representação, com os meios disponíveis. Deve ser realizada com vistas à motivar os estudantes a agirem como cientistas e ensinar-lhes a atuar racionalmente.

8. *Síntese da ilha de racionalidade produzida*

A síntese é a última etapa da IIR construída. Pode ser feita de diversas maneiras: oral, escrita, vídeo, cartaz, etc. Caracteriza-se como o resultado final do trabalho.

Desse modo, a construção de uma IIR possibilita promover o encontro de diversas áreas de conhecimento e saberes da vida cotidiana para compor um modelo ou representação.

No próximo capítulo procura-se discutir a pertinência da aplicação de uma IIR para a construção do conceito de função, dada a sua importância no estudo de Matemática no Ensino Médio e Superior.

2 A MATEMÁTICA, AS ILHAS INTERDISCIPLINARES DE RACIONALIDADE E O CONCEITO DE FUNÇÃO

Pesquisas acadêmicas, com resultados relacionados à aplicação de Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade (IIR), encontram-se publicadas nas páginas online de Programas de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática e revistas especializadas em Ciências e Matemática, tais como as de Lucchesi (2010), Bertoli (2015), Siqueira e Gaertner (2015) e Paiva (2016), dentre outras.

Nas pesquisas analisadas, os temas foram variados, tratando de área, volume, conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios, bem como o nível dos estudantes, do Ensino Fundamental, ao Ensino Médio. Em todas as pesquisas analisadas foi possível observar que, dos três principais objetivos da ACT (desenvolvimento de autonomia, domínio frente a situações concretas e comunicação), a autonomia para os estudos foi o resultado que se destacou. Todas as professoras pesquisadoras concluíram que, com a aplicação de IIR, os estudantes sentiram-se motivados e responsáveis pela própria aprendizagem, o que contribuiu para uma aprendizagem com atribuição de significado para o que é aprendido.

A análise destas pesquisas foi importante para o trabalho realizado, pois foi feita com o principal interesse de conhecer outros trabalhos visando à ACT, e respectivos resultados. E, de fato, as mesmas propiciaram uma contribuição significativa para o aprimoramento da fundamentação teórica da IIR que é o tema da pesquisa aqui apresentada.

Além destas, teve-se preocupação com a devida construção, com compreensão, do conceito de função, foco de atenção neste trabalho. Tinha-se a impressão de que grande atenção é dada aos "tipos" de funções, seus principais elementos e aplicações, sem a devida preocupação com o entendimento do conceito de função, como ponto de partida para a análise de fenômenos que possam ser modelados por funções.

Assim sendo, com a intenção de conhecer o parecer de outros pesquisadores, quanto a isto, buscou-se pesquisas específicas, abordando a construção do conceito de função, em sites de programas de mestrado e de pesquisas acadêmicas, utilizando as palavras-chave: conceito de função, função, funções e matemática. Nesse caso, pesquisas de Lima (2008), Almeida e Brito (2005) e Menezes (2017) apresentaram contribuições relevantes no que se refere à importância do tema selecionado para esta pesquisa. Foram apontados aspectos

relevantes no que diz respeito às abordagens gráfica, numérica, algébrica ou verbal, de uma função, bem como benefícios do estudo em situações contextualizadas, mas também chamando a atenção para a importância da terminologia, mas com o devido cuidado para evitar excessos, o que pode dificultar a compreensão do conceito, inicialmente.

Com efeito, as pesquisas analisadas demonstram concordância no que se refere à boa compreensão do conceito de função, o que se entende poder ser promovido com a análise de situações contextualizadas.

Ávila, em artigo publicado na Revista do Professor de Matemática, defendeu a importância do ensino de Cálculo no Ensino Médio, relacionando-o diretamente ao ensino de funções:

Infelizmente, o ensino das funções vem sendo feito com a introdução de muitas noções novas, como já dissemos, apresentação essa que é entremeada de exercícios pouco estimulantes, como determinar domínio e contradomínio de funções dadas, achar a inversa, compor funções, verificar que certas funções são injetivas, outras não, enfim, uma série de coisas que por si só não estimulam a curiosidade do aluno. E para agravar ainda mais essa situação, as apresentações de funções geralmente são feitas com uma insistência no conceito mais geral de função, como caso particular de uma relação. Isto é um desatino! Já o seria se a insistência fosse apenas na situação mais particular de lei de correspondência que leva elementos de um conjunto - o domínio - em elementos de outro conjunto - o contradomínio. Não há por que preocupar-se com definição tão geral quando só serão usados exemplos simples de funções numéricas, como os polinômios, as funções racionais mais elementares e alguma raiz quadrada. (ÁVILA, 1991, p. 7).

Com efeito, compreende-se que o autor também reforça a importância primordial da construção do conceito de função como linguagem da Matemática, que propicia a construção de modelos baseados em tipos de funções.

Nesse contexto, entende-se que a elaboração de uma IIR, visando à construção do conceito de função, pode favorecer o comportamento investigativo dos estudantes, indo ao encontro das novas propostas pedagógicas para o Ensino Médio.

3 A IMPORTÂNCIA DA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA

A BNCC destaca o estudo das funções matemáticas enfatizando que

Os estudantes têm também a oportunidade de desenvolver o pensamento algébrico, tendo em vista as demandas para identificar a relação de dependência entre duas grandezas em contextos significativos e comunicá-la utilizando diferentes escritas algébricas, além de resolver situações-problema por meio de equações e inequações. (BRASIL, 2018, p.517)

Sendo assim, compreende-se a necessidade de construir o conceito de função matemática de forma a desenvolver competências e habilidades por meio de metodologias que promovam a interdisciplinaridade e, conseqüentemente, o uso da Matemática como uma ferramenta para reflexão e crítica dos estudantes frente à sociedade em que estão inseridos.

O conceito de função não é recente; ele está na mente humana desde que o homem, levado pela necessidade, começou a associar uma pedra a cada animal para ter controle do seu rebanho. Segundo Sá, Souza e Silva (2003), babilônicos e egípcios já construíam tabelas que demonstravam a ideia de função. Os primeiros atribuíam valores, na segunda coluna da tabela, feita em argila, multiplicando o número da primeira por uma constante. Quanto aos egípcios, em tabelas, geralmente feitas em papiros, apresentavam generalizações como resultados de induções, de casos mais simples para casos mais complicados. Ou seja, tais tabelas continham o registro, na segunda coluna, de generalizações de descobertas simples, registradas na primeira coluna.

Esses autores apresentam, em seu trabalho sobre a evolução histórica do conceito de função, considerações sobre sua utilização, desde então. O Quadro 1 apresenta a síntese realizada pelos autores:

Quadro 1 -- Evolução histórica do conceito de função

Autor	Ano	Contribuição
René Descartes (1596-1650)	–	Chegou a definir função como qualquer potência de x , como x^2, x^3, \dots
Isaac Newton (1643-1727)	–	Introduziu o termo “variável independente”.
James Gregory	1667	Na obra <i>Vera Circuli et Hyperbolae Quadratura</i> , conceituou função sem utilizar a palavra propriamente dita: “Nós chamamos uma quantidade x composta de outras quantidades a, b, \dots se x resulta de a, b, \dots pelas quatro operações elementares, por extração de raízes ou por qualquer outra operação imaginável.”
Gottfried Wilhelm von Leibniz (1646-1716)	1694	Empregou a palavra <i>função</i> para designar quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva. E na obra História usou a palavra “função” para representar quantidades que dependem de uma variável.
Jakob Bernoulli (1654-1705)	1694	Empregou a palavra função como sendo: quantidades geométricas que dependiam de um ponto em uma curva.
Johann Bernoulli	1718	Definiu da seguinte maneira: “função de uma magnitude variável à quantidade composta de alguma forma por esta magnitude variável e por constantes”.
Leonhard Euler (1707-1783)	–	Introduziu o símbolo $f(x)$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
D'Alembert (1717-1783)	–	equação da onda: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$
Daniel Bernoulli (1700-1782)	1753	Tentativa de resposta para o problema da corda vibrante: $y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \cos \frac{n \pi a t}{l}$
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1797	Na obra <i>Théorie des Fonctions Analytiques</i> , definiu: “Chama-se função de uma ou de várias quantidades a toda expressão de cálculo na qual essas quantidades entrem de alguma maneira, combinadas ou não com outras quantidades cujos valores são dados e invariáveis, enquanto que as quantidades da função podem receber todos os valores possíveis. Assim, nas funções são consideradas apenas as quantidades assumidas como variáveis e não as constantes que aparecem combinadas a elas”.
Joseph-Louis Lagrange (1736-1813)	1806	Lecons sur le calcul des fuctions: “Funções representavam diferentes operações que deviam ser realizadas em quantidades conhecidas para obterem-se valores de quantidades desconhecidas, e estas quantidades desconhecidas eram, propriamente, o último resultado do cálculo.”
Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)	1822	Afirmou em <i>La théorie analytique de la chaleur</i> que qualquer função poderia ser expressa por uma série trigonométrica da seguinte forma: $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{n \pi x}{l} + b_n \operatorname{sen} \frac{n \pi x}{l} \right]$

(continua)

Autor	Ano	Contribuição
Benhard Bolzano (1781-1848)	1817	Publicou Functionlehre onde conceituou continuidade muito próximo do conceito atual. Demonstrou o teorema do valor médio
Augustin Louis Cauchy (1789-1857)	1821	Em Cours d'analyse definiu função: "Quando quantidades variáveis estão ligadas entre si de tal forma que, o valor de uma delas sendo dado, pode-se determinar o valor das demais, diz-se usualmente que estas quantidades são expressas por meio de uma delas, que toma o nome de variável independente; e as outras quantidades expressas por meio da variável independente são o que chamamos de funções dessa variável." Definiu continuidade através de infinitésimos.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	–	Demonstrou que nem todas as funções podem ser descritas pela série de Fourier.
Peter Gustav Lejune Dirichlet (1805-1859)	1837	Definiu função como: "Se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x , existe uma regra segundo a qual um valor único de y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x ."
Nicolái Lobatchesvsky (1792-1856)	–	Definiu função : "A concepção geral exige que uma função de x seja chamada de um número que é dado para cada x e que muda gradualmente com x . o valor da função pode ser dado ou por uma expressão analítica, ou por uma condição que ofereça um meio para testar todos os números e selecionar um deles; ou finalmente, a dependência pode existir mas permanecer desconhecida".

(conclusão)

Autor	Ano	Contribuição
Bernhard Riemann (1826-1866)	–	Esclareceu os critérios de integrabilidade, e deu origem ao conceito de “integral de Riemann”
Philipp Cantor (1845-1918)	–	Desenvolveu a teoria dos conjuntos
Karl Weierstrass (1815-1897)	–	Definiu função como uma série de potência juntamente com todas as que podem ser obtidas dela por prolongamento analítico.
Giuseppe Peano (1858-1932)	–	Definiu três conceitos primitivos que o zero, o conceito de número (inteiro não-negativo) e a relação de ser sucessor de, os quais, junto com seus cinco postulados, forneceram uma construção rigorosa do conjunto dos números naturais.
Nicolas Bourbaki	1968	<p>Em <i>Théorie des Ensembles</i> conceitou função de duas maneiras:</p> <p>“Sejam E e F dois conjuntos, distintos ou não. Uma relação entre uma variável x de E e uma variável y de F é dita uma relação funcional em y, ou relação funcional de E em F, se qualquer que seja $x \in E$, existe um e somente um elemento $y \in F$ que esteja associados a x na relação considerada.</p> <p>Dá-se o nome de função à operação que desta forma associa a todo o elemento $x \in E$ o elemento $y \in F$ que se encontra ligado a x na relação dada; diz-se que y é o valor da função para o elemento x, e que a função está determinada pela relação funcional considerada. Duas relações funcionais equivalentes determinam a mesma função.”</p> <p>E:</p> <p>“Um certo subconjunto do produto cartesiano $A \times B$”.</p>

Fonte: Sá, Souza e Silva (p. 136-139, 2003)

Atualmente, conforme orientam documentos oficiais, o conceito de função tem sido apresentado por diversos autores. Especialmente, pelo fato de que as funções representam conceitos fundamentais do Cálculo Diferencial e Integral. Assim sendo, encontra-se em Anton, Bivens e Stephen:

Um dos temas mais importantes do Cálculo é a análise das relações entre quantidades físicas ou matemáticas. Tais relações podem ser descritas em termos de gráficos, fórmulas, dados numéricos ou palavras. [...] o conceito de “função” é a ideia básica subjacente a quase todas as relações matemáticas e físicas, não importando como são expressas. (ANTON, BIVENS, STEPHEN, 2014, p.1)

Para Stewart (2006), as funções surgem quando uma quantidade depende de outra, como, por exemplo:

- a) A área A de um círculo depende de seu raio r . A lei que conecta r e A é dada pela equação $A = \pi r^2$. A cada número r positivo existe associado um único valor de A , e dizemos que A é uma *função* de r . A fórmula $A = \pi r^2$ é uma representação "algébrica" da função, neste caso.
- b) A população humana mundial P depende do tempo t . A Tabela 1 fornece estimativas da população mundial $P(t)$ no instante t , para determinados anos. Por exemplo, $P(1950) \approx 2.560.000.000$. Porém, para cada valor do tempo t existe um valor de P correspondente, e dizemos que P é uma função de t . A Tabela 1 fornece dados reais para a população mundial em determinado período de tempo. Esta forma de apresentação da função é chamada de representação "numérica" da mesma.

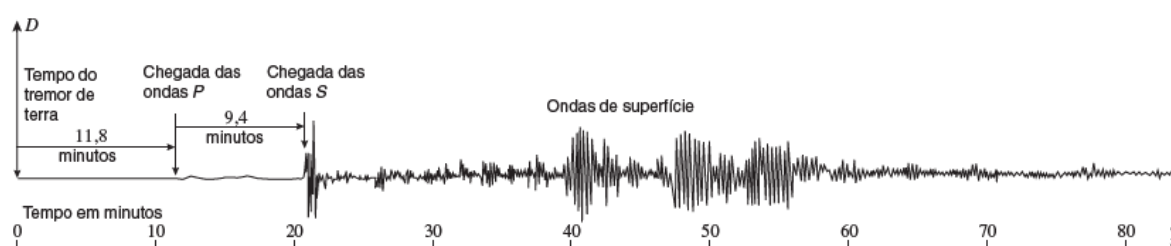
Tabela 1- População mundial entre as décadas de 1900 a 2000.

Ano	População (milhões)
1900	1650
1910	1750
1920	1860
1930	2070
1940	2300
1950	2560
1960	3040
1970	3710
1980	4450
1990	5280
2000	6080

Fonte: Stewart, 2006, p. 11.

- c) O custo C de enviar uma carta pelo correio depende de seu peso w . Embora não haja uma fórmula simples conectando w e C , o correio tem uma fórmula que permite calcular C quando é dado w . Neste caso, temos uma representação "verbal" do custo C , em função do peso w .
- d) A deflexão D , da agulha de um sismógrafo, é uma função do tempo T , decorrido desde o instante em que um abalo deixou o epicentro de um terremoto. (ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014). A representação "gráfica" desta função $D(T)$ é apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Representação gráfica da função $D(T)$



Fonte: ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014, p. 2.

Sendo assim, compreende-se que, se uma variável y depende de uma variável x de tal modo que cada valor de x determina exatamente um valor de y , então dizemos que **y é uma função de x** . (ANTON, BIVENS e STEPHEN, 2014). Stewart (2006) ressalta que, se uma função pode ser representada de quatro maneiras (verbal, numérica, visual e algébrica), então é proveitoso ir de uma representação para a outra, sabendo que certas funções são descritas mais naturalmente por um método que por outro.

Também é importante ressaltar que o conceito de função é um dos conceitos fundamentais da Matemática, pois é o ponto inicial para a construção dos conceitos de derivada e integral e, para tanto, é indispensável que os estudantes do Ensino Médio compreendam situações que envolvam dependência entre grandezas, que representam funções (LIMA; SAUER; SARTOR, 2011).

Com tal entendimento, passa-se ao próximo capítulo, dedicado ao planejamento da IIR, como possibilidade de contribuir no desenvolvimento de atributos da ACT, tendo como tema a construção do conceito de função matemática, contextualizada no tema *Água*.

4 PLANEJAMENTO DE UMA IIR

Para orientar o planejamento de uma IIR, apresenta-se o Quadro 2, com uma descrição sucinta de cada uma das etapas e respectivas atividades planejadas para a execução da IIR que deu origem a este Guia.

Quadro 2 – Descrição das etapas, nº de aulas e datas de aplicação da IIR

Etapas da IIR	Principais atividades
1 Clichê	Vídeo, questionamentos e discussões colaborativas. Tarefa extra-classe: elaboração de um texto individualmente.
2 Panorama espontâneo	Socialização dos textos, identificação de aspectos relevantes, direcionamento do tema de interesse, com a mediação da professora. Definição de equipes. Tarefa extra-classe: cada equipe deverá trazer um vídeo, uma reportagem, um artigo científico e um material de livre escolha, relacionado ao tema da equipe e uma redação, abordando as principais informações encontradas.
3 Consulta aos especialistas	Socialização dos materiais pesquisados. Definição dos especialistas a serem consultados (professores de outras áreas, da escola ou não, familiares ou outros profissionais). Elaboração de roteiro para orientar a “conversa” com os mesmos.
4 Indo a prática	Organização da pesquisa investigativa, verificando quais especialistas deverão ser consultados (entrevistados), quais sugestões de leitura serão indicadas para a realização da pesquisa investigativa.
5 Abertura das caixas pretas	Identificação de componentes curriculares nos questionamentos iniciais, com vistas aos conceitos relativos à Matemática (construção do conceito de função).
6 Esquematização geral da IIR	Incentivo ao comportamento investigativo para aprofundar o tema de cada equipe, criando métodos de apresentação para a turma. Cada equipe deve definir e construir instrumentos para apresentação dos trabalhos.
7 Abertura das caixas pretas sem ajuda de especialistas	Aprofundamento de conhecimentos, relacionando as caixas-pretas com as apresentações das equipes: discussões, com base nas pesquisas realizadas.
8 Síntese da IIR	Elaboração de redação individual sobre o tema abordado na IIR. Novos questionamentos poderão ser apresentados. Avaliação da IIR.

Fonte: Acervo da autora (2016)

Clichê

Por que os governos federal, estadual e municipal não realizam parte das promessas feitas para o saneamento e reaproveitamento de água?

Plantando mais árvores em SP pode começar a ter mais água?

Quanto tempo vai demorar para acabar a água do Planeta?

Se todo mundo colaborasse, a água ainda seria suja?

E se a água potável acabar?

Se fosse pegar um rio poluído, em quanto tempo por cento de água pura ainda poderia ser aproveitada?

Tem alguma organização ou um grupo encarregado da "saúde" dos rios e lagos?

Ainda existe alguma água totalmente saudável?

Os produtos colocados para limpar a água não fazem mal à saúde?

Quanto tempo em média o brasileiro demora no banho?

Onde (você acha que) o humano gasta mais água?

Qual é o "por cento" de árvores que ainda tem na Amazônia?

Ainda é possível limpar os rios poluídos?

Gramado não tem tratamento de esgoto?

Quanto tempo demora para tirar sal da água e transformá-la em potável?

Se começarmos a economizar AGORA, neste momento, como faríamos para ter ela limpa, sem química de remédios, como ela era antes, PURA?

Se continuar o ritmo assim, em quanto tempo a água vai desaparecer?

Quanto demora para acabar a água?

Quanto tempo levaria para todo o País ter saneamento básico?

Por que não investimos em transformar a água do mar própria para consumo?

Mesmo que todos os habitantes do Brasil olhassem esse vídeo, mudaria alguma coisa ou continuariam a viver do mesmo jeito?

Como é possível os animais trocarem de sexo, através de hormônios femininos?

Qual é a porcentagem de água que ainda temos?

O rio Tietê já foi usado para o bem-estar das pessoas? (Ponto de encontro, como uma praia)

Como os peixes mudam de sexo com anticoncepcional? O que torna isso possível?

Por que o saneamento básico é tão precário, e tudo é guardado em fossas? E o que fazer quando todas as fossas estão entupidas?

Panorama espontâneo

Ciclo da Água

superfície da Terra são cobertos pela água, seja em estado líquido (oceanos mares, rios, lagos, lagoas, etc.) ou sólido (geleiras e neve).

constantemente em circulação, sob a ação do calor do sol, dando origem ao chamado ciclo da água ou ciclo hidrológico. Na biosfera, o conjunto dos seres vivos da Terra participa desse ciclo.

Para cada litro de água que sai do corpo humano, são necessários 300 litros de água para ser substituído.

de água, flocos de gelo, etc. mais frias, etc.

ua cai em forma de chuva ou de neve. Ela é absorvida pelo solo e se transforma em água subterrânea.

Dessamização

Sabemos que a água é essencial para a vida, mas mesmo assim temos que recorrer a esta técnica para obter água potável.

Fonte de Vida

A água sem vida é a mesma coisa que a água com vida. Ela tem vida própria e se reproduz. Ela é a fonte de vida para todos os seres vivos. Ela é a base de toda a vida. Ela é a água que nos dá energia e nos mantém vivos.

Brasil está exaustivo e sem água. A falta de água é um problema sério. O Brasil precisa investir em infraestrutura para garantir o acesso à água potável para todos.

ACABAUDO, que temo que natureza cada vez mais vai se tornando mais agressiva e destruidora.

Sem dúvida há diversos projetos que visam diminuir o consumo de água, mas não sei se vão funcionar. Precisamos mudar nossos hábitos e pensar em soluções mais sustentáveis.

água é um recurso que pode ser transformado em vapor e gelo ao longo do tempo. A água também tem vida própria e se reproduz. Ela é a base de toda a vida. Ela é a água que nos dá energia e nos mantém vivos.

H₂O e na natureza tem vida própria e se reproduz. Ela é a base de toda a vida. Ela é a água que nos dá energia e nos mantém vivos.

água doce que vive nos rios. Tudo que nós comemos e tomamos é o ar que nós respiramos. Tem água.

Ver se a natureza usa a água? É uma pergunta interessante. A natureza usa a água de muitas maneiras diferentes. Ela usa a água para beber, para se reproduzir, para se proteger, etc.

Ver se a natureza usa a água? É uma pergunta interessante. A natureza usa a água de muitas maneiras diferentes. Ela usa a água para beber, para se reproduzir, para se proteger, etc.

água é um recurso que pode ser transformado em vapor e gelo ao longo do tempo. A água também tem vida própria e se reproduz. Ela é a base de toda a vida. Ela é a água que nos dá energia e nos mantém vivos.

H₂O e na natureza tem vida própria e se reproduz. Ela é a base de toda a vida. Ela é a água que nos dá energia e nos mantém vivos.

água doce que vive nos rios. Tudo que nós comemos e tomamos é o ar que nós respiramos. Tem água.

Ver se a natureza usa a água? É uma pergunta interessante. A natureza usa a água de muitas maneiras diferentes. Ela usa a água para beber, para se reproduzir, para se proteger, etc.

Ver se a natureza usa a água? É uma pergunta interessante. A natureza usa a água de muitas maneiras diferentes. Ela usa a água para beber, para se reproduzir, para se proteger, etc.

- Categorização**
- * Ciclo da Água (2, 3)
 - * Falta de água (3, 5, 1, 7)
 - * Estatísticas (6, 12, 17, 18, 19, 23)
 - * Consumo Exagerado (5, 17)
 - * Poluição da Água (4, 6, 8, 9, 13, 22, 24)
 - 1 - Ciclo da Água e características
 - 2 - Falta de Água, Consumo Exag., Consumo Alternativos p/ Falta de Água, Consumo
 - 3 - Estatísticas
 - 4 - Política, Fiscalização, E. Conómica (P&F)
 - 5 - Saúde e Bem Estar

Consulta aos especialistas



1) Que nota que anda a fazer a no teste? Quem vai ser o vencedor?

2) Se não quiserem colaborar com a escola?

3) Quanto tempo vai levar a fazer o teste?

4) Se começarem a fazer o teste quem vai ser o vencedor?

❖ **ENVOLVIMENTO COM DIVERSAS ÁREAS DO CONHECIMENTO**

EXPLORAÇÃO DE FONTES BIBLIOGRÁFICAS

• O procedimento mais adequado para conhecer o universo de publicações sobre um assunto é consultar:



❖ **ABRIR EQUIPAMENTOS**

❖ **FAZER VISITAS**

❖ **CONSULTAR FONTES**

Indo à prática



Abertura das caixas-pretas



Esquematização geral da IIR



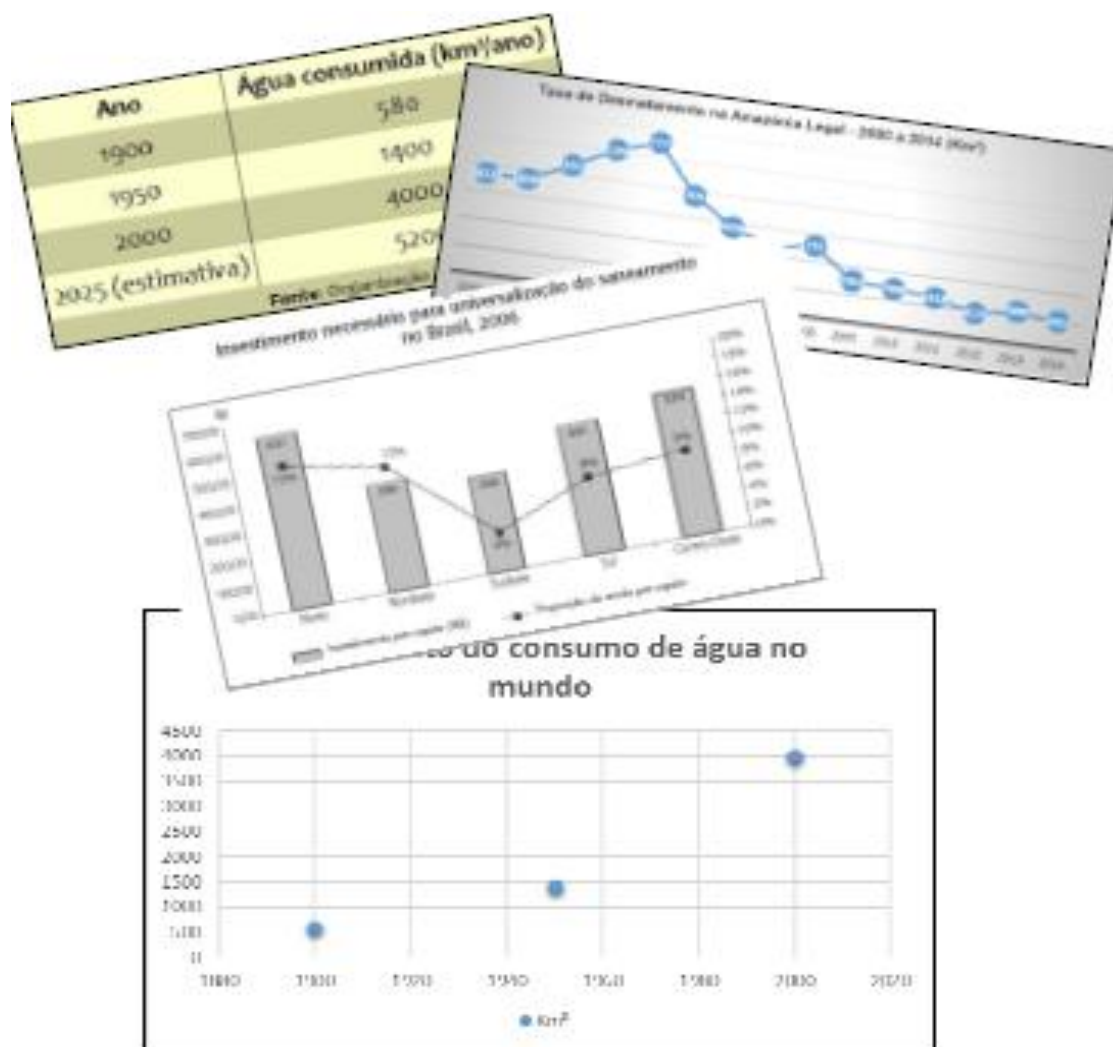
The image shows a screenshot of a presentation software interface, likely Microsoft PowerPoint, with a slide titled "TÍTULO DA MINHA APRESENTAÇÃO" and the subtitle "Criando apresentações de slides profissionais em poucos passos". The slide features a decorative background with red and yellow wavy lines. Overlaid on the slide is a green banner with the text "ESQUEMA, FIGURA OU MAPA DA SITUAÇÃO" in yellow, slanted font. Below this banner are two images: one showing three people in a professional setting, and another showing a man with glasses standing next to a chalkboard with a cloud-shaped diagram. At the bottom of the slide, there is a green box with the text "Definindo apresentações" in yellow, slanted font.

TÍTULO DA MINHA APRESENTAÇÃO
Criando apresentações de slides profissionais em poucos passos.

ESQUEMA, FIGURA OU MAPA DA SITUAÇÃO

Definindo apresentações

Abertura das caixas-pretas sem ajuda de especialistas



Com as apresentações novas oportunidades de esclarecimentos

Síntese da IIR



Fonte: Acervo da autora (2016)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No planejamento da IIR, torna-se importante propor atividades contextualizadas, adequados ao interesse da pesquisa, criando-se estratégias para o envolvimento dos estudantes com disposição, a fim de que se mostrem participativos durante a realização das atividades.

Quanto às etapas de aplicação da IIR, imprevistos poderão surgir durante o seu desenvolvimento, no entanto, a professora, juntamente com os estudantes, poderá adequar o planejamento. Ajustes como este, podem, inclusive, evidenciar a autonomia dos estudantes e o domínio no uso de tecnologias digitais, quesitos de grande relevância para o desenvolvimento da IIR.

Alguns requisitos devem ser levados em consideração para avaliar o desenvolvimento da IIR, procurando evidências da compreensão do conceito a ser construído, bem como do desenvolvimento dos objetivos da ACT.

Sugere-se que as produções dos estudantes sejam analisadas e avaliadas por meio dos questionamentos e investigações iniciais, interação entre colegas, organização dos estudantes nas suas equipes, consulta aos especialistas, apresentações orais com utilização de mídias digitais, pesquisa investigativa em livros e na internet, redações e questionamentos, a fim de obter informações que subsidiem a avaliação. Desta forma, a avaliação é contínua e formativa. Uma avaliação final pode ser realizada, com a finalidade de coletar informações sobre o grau de aproveitamento relacionado ao conteúdo de interesse.

Tem-se consciência de que os objetivos da ACT podem não ser atingidos em sua plenitude, a partir da construção de uma IIR, isto é, o estudante pode não se tornar autônomo, ou passar a ter domínio sobre as diferentes situações de seu cotidiano, de imediato, pois entende-se que isso é um processo contínuo e irá ocorrer ao longo de sua vida.

Diante das evidências encontradas no desenvolvimento da IIR que originou esse Guia, esta se mostrou uma possibilidade real, concreta e promissora, de romper com alguns paradigmas da educação tradicional, que se mostra tão disciplinar e sem relações com a realidade dos educandos. Como efeito, este método corrobora com o que destaca Fourez (1997), quando afirma que o objetivo não é uma série de conhecimentos particulares precisos, mas um conjunto global que permita (ao indivíduo) orientar-se e compreender-se no universo. Ainda, segundo o autor, o indivíduo alfabetizado científica e tecnologicamente é alguém que,

no lugar de receber passivamente as normas ou regras, consegue negociá-las e, a aprendizagem destas negociações, é essencial para que possa se tornar autônomo no mundo científico-tecnológico em que se vive.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. O conceito de função em situações de modelagem matemática. **Zetetiqué**, v. 13, n. 23, p.63-86, 2005.

ANASTASIOU, Léa da Graças Camargos; ALVES, Leonir Pessate. **Processo de Ensino na Universidade**: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. Joinville: Editora Univille, 2015. Disponível em:

<https://edisiplinas.usp.br/pluginfile.php/2547831/mod_resource/content/1/Processos%20de%20Ensino.pdf>. Acesso em: jan. 2016.

ANTON, H., BIVENS, I., STEPHEN, D. **Cálculo**. Volume 1, 10ª Edição. Porto Alegre: Editora Bookman, 2014.

ÁVILA, Geraldo. **O ensino de cálculo no segundo grau**. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, nº 18, p.1-7. Sociedade Brasileira de Matemática, 1º semestre (1991). Disponível em: < <http://rpm.org.br/cdrpm/18/1.htm>>. Acesso em mai. 2018.

BERTOLI, Vaneila. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Aplicado ao Ensino de Área Volume no Ensino Fundamental**. 2015. 109f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Blumenau, 2015.

Disponível em: <<http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2016/03/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Vaneila-Bertoli.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Brasília: MEC/SEB Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: abr. 2018.

FOUREZ, G. **Alfabetización Científica y Tecnológica**: Acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias. Buenos Aires – Argentina. Ediciones Colihue, 1997.

LIMA, I.G.; SAUER, L. Z.; SARTOR, S. **Oficinas de Matemática no projeto Engenheiro do Futuro: aproximando as escolas de Ensino Médio e as de Engenharia**. In: XXXIX Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia – Cobenge. 2011. Blumenau, Santa Catarina, 2011.

LIMA, Luciana de. **A Aprendizagem Significativa Do Conceito De Função Na Formação Inicial Do Professor De Matemática**. 2008. 157f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, Ceará, 2008. Disponível em: <<https://pedagogiaaopedaletra.com/wp-content/uploads/2011/08/A-aprendizagem-significativa-do-conceito-de-fun%C3%A7%C3%A3o-na-forma%C3%A7%C3%A3o-inicial-do-professor-de-matem%C3%A1tica.pdf>>. Acesso em: abr. 2017.

LUCCHESI, Ivana Lima. **A Ilha Interdisciplinar de Racionalidade e a Construção da Autonomia no Ensino da Matemática**. 2010. 129f. Dissertação (Mestrado em Educação em

Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<http://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2955/1/000425193-Texto%2bCompleto-0.pdf>>. Acesso em: out. 2017.

MENEZES, Silvia Teixeira Coelho. **Ensino e aprendizagem de função: desafios e perspectivas**. 2017. 125f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal Dos Vales Do Jequitinhonha e Mucuri, Teófilo Otoni, 2017. Disponível em: <https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?id=150961681> . Acesso em: mai. 2018.

MORO, Elisiane da Costa. **Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade Promovendo Aprendizagem Ativa**. 142f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade de Caxias do Sul, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Caxias do Sul, 2015.

PAIVA, Camila de. **Avaliação da promoção da alfabetização científica e tecnológica em vivências de ilha interdisciplinar de racionalidade**. 2016. 269 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, 2016.

SÁ, P. F.; SOUZA, G. S.; SILVA, I. D. B. A construção do conceito de função: alguns dados históricos. **Traços**, v. 6, p. 81-94, 2003.

SCHMITZ, César; PINHO ALVES, José. Ilha de racionalidade e a situação problema: o desafio inicial. **IX Encontro Nacional De Pesquisa Em Ensino De Física**. 2004. Disponível em: <http://www.cienciamao.usp.br/dados/epef/_ilhaderacionalidadeeasit.trabalho.pdf>. Acesso em: mai. 2015.

SIQUEIRA, Josiane Bernz; GAERTNER, Rosinéte, Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade: conceito de proporcionalidade na compreensão de informações contidas em rótulos alimentícios. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.2, p. 160-175, 2015.

STEWART, James. **Cálculo**. 5 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.